

# Geschwindigkeitsabhängige Zwei-Teilchen-Potentiale im Ein-Teilchen-Ein-Loch-Modell der Kerne $^{16}\text{O}$ und $^{12}\text{C}$ \*

ULRICH HARMS

Institut für Theoretische Physik der Universität Göttingen

(Z. Naturforsch. 23 a, 453—464 [1968]; eingegangen am 7. November 1967)

The odd-parity states of  $^{16}\text{O}$  are calculated in the 1-particle 1-hole model using the velocity dependent forces of HERNDON et al. and GREEN. In addition some states of  $^{12}\text{C}$  are calculated. It is found that the potential of HERNDON et al. gives a satisfactory agreement with experiment, comparable with that of the KALLIO-KOLTTVEIT force.

Die vorliegende Arbeit versucht, einige Zustände des Atomkerns  $^{12}\text{C}$  und vor allem die Zustände ungerader Parität des Atomkerns  $^{16}\text{O}$  unter Verwendung geschwindigkeitsabhängiger Potentiale zu berechnen. Sie steht im Zusammenhang mit den Arbeiten von GILLET und VINH MAU<sup>1</sup> und KALLIO, KOLTTVEIT und GREEN<sup>2,3</sup>. Während GILLET und VINH MAU die Parameter einer ad hoc angenommenen Wechselwirkung endlicher Reichweite so bestimmten, daß eine möglichst gute Wiedergabe des experimentell bekannten Spektrums gewährleistet war, hatten KALLIO, KOLTTVEIT und GREEN versucht, eine aus den Streudaten freier Nukleonen festgelegte Wechselwirkung zur Erklärung des Spektrums zu verwenden. KALLIO und KOLTTVEIT<sup>2</sup> benutzten zunächst eine zentrale hard-core-Wechselwirkung, um dann zusammen mit GREEN<sup>3</sup> das Spin-Bahn-Anteile und Tensor-Anteile enthaltende Brueckner-Gammel-Thaler-Potential zu untersuchen.

Neben den bisher in den Ein-Teilchen-Ein-Loch-Rechnungen verwandten hard-core-Potentiale können mit dem gleichen Ziel auch geschwindigkeitsabhängige Potentiale benutzt werden. Diese Wechselwirkungen sind gleichfalls mit Erfolg zur Erklärung der Streudaten freier Nukleonen verwandt worden<sup>4-6</sup> und besitzen gegenüber den hard-core-Po-

tentialen den Vorteil, daß ihre Matrixelemente mit Schalenmodellfunktionen existieren. In dieser Arbeit werden die geschwindigkeitsabhängigen Potentiale von HERNDON et al.<sup>6</sup> und GREEN<sup>5</sup> untersucht. Das Potential von HERNDON et al. ist ähnlich dem KALLIO-KOLTTVEIT-Potential<sup>2</sup> ein rein zentrales Potential mit Singulett- und Triplettanteilen und wirkt nur in Streuzuständen gerader Parität. Das GREEN-Potential wirkt in allen Streuzuständen und enthält ähnlich dem Brueckner-Gammel-Thaler-Potential nichtzentrale Anteile.

Im Ein-Teilchen-Ein-Loch-Modell können bekanntlich die Tamm-Dancoff-Näherung (TDA) und die Random-Phase-Näherung (RPA) ausgeführt werden (siehe etwa GILLET und VINH MAU<sup>1</sup>). Die TDA berücksichtigt keine Grundzustandskorrelationen und läßt sich aus der RPA gewinnen, indem man die *B*-Matrizen streicht (siehe unten). Die Rechnung wurde für beide Näherungen ausgeführt. Im Teil 1 werden die Gleichungen der RPA zunächst drehinvariant formuliert. Anschließend werden die Matrixelemente der Wechselwirkung auf eine Form gebracht, die ihre Berechnung vereinfacht. Die Zustände ungerader Parität von  $^{16}\text{O}$  sowie einige Zustände von  $^{12}\text{C}$  werden in Teil 2 berechnet und diskutiert.

\* D 7.

<sup>1</sup> V. GILLET, Nucl. Phys. **51**, 410 [1964]. — V. GILLET u. N. VINH MAU, Nucl. Phys. **54**, 321 [1964].

<sup>2</sup> A. KALLIO u. K. KOLTTVEIT, Nucl. Phys. **53**, 87 [1964].

<sup>3</sup> A. M. GREEN, A. KALLIO u. K. KOLTTVEIT, Phys. Lett. **14**, 142 [1965]. — A. KALLIO u. A. M. GREEN, Nucl. Phys. **84**, 161 [1966].

<sup>4</sup> M. RAZAVY, G. FIELD u. J. S. LEVINGER, Phys. Rev. **125**, 169 [1962]. — O. ROJO u. L. M. SIMMONS, Phys. Rev. **125**, 273 [1962].

<sup>5</sup> A. M. GREEN, Nucl. Phys. **33**, 218 [1962].

<sup>6</sup> R. C. HERNDON, E. W. SCHMID u. Y. C. TANG, Nucl. Phys. **42**, 113 [1963].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitalized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

### 1. Drehinvariante Random-Phase-Näherung

In der Random-Phase-Näherung ist bekanntlich folgendes lineare Gleichungssystem zu lösen

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{p}'\mathbf{h}'} \{ ((\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{h}}) \delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{h}\mathbf{h}'} + \langle \mathbf{p}\mathbf{h}' | V | \mathbf{h}\mathbf{p}' \rangle) X_n(\mathbf{p}'\mathbf{h}') \\ + \langle \mathbf{p}\mathbf{p}' | V | \mathbf{h}\mathbf{h}' \rangle Y_n(\mathbf{p}'\mathbf{h}') \} = E_n X_n(\mathbf{p}\mathbf{h}), \\ \sum_{\mathbf{p}'\mathbf{h}'} \{ ((\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{h}}) \delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{h}\mathbf{h}'} + \langle \mathbf{h}\mathbf{p}' | V | \mathbf{p}\mathbf{h}' \rangle) Y_n(\mathbf{p}'\mathbf{h}') \\ + \langle \mathbf{h}\mathbf{h}' | V | \mathbf{p}\mathbf{p}' \rangle X_n(\mathbf{p}'\mathbf{h}') \} = -E_n Y_n(\mathbf{p}\mathbf{h}). \end{aligned} \quad (1.1)$$

Dabei faßt  $\mathbf{p}$  die Quantenzahlen  $n_p l_p j_p m_p t_p \tau_p$  im Schalenmodell zusammen;  $\varepsilon_p$  ist die Ein-Teilchen-Energie, die im folgenden von  $m_p$  und  $\tau_p$  unabhängig angenommen wird;  $\langle \mathbf{p}\mathbf{h}' | V | \mathbf{h}\mathbf{p}' \rangle$  ist das antisymmetrisierte Matricelement der Zwei-Teilchen-Wechselwirkung.

Es werden jetzt Teilchen-Loch-Anregungen mit definiertem Drehimpuls und Isospin eingeführt. Für die Amplituden  $X$  und  $Y$  wird definiert

$$\begin{aligned} X_n^{JM, TM_T}(p h) &= \sum_{m_p m_h} \sum_{\tau_p \tau_h} (-1)^{j_p + \frac{1}{2} + j_h - m_h + \frac{1}{2} - \tau_h} (j_p m_p j_h - m_h | JM) (\frac{1}{2} \tau_p \frac{1}{2} - \tau_h | TM_T) X_n(\mathbf{p}, \mathbf{h}), \\ Y_n^{JM, TM_T}(p h) &= \sum_{m_p m_h} \sum_{\tau_p \tau_h} (-1)^{j_h + \frac{1}{2} + j_p - m_p + \frac{1}{2} - \tau_p} (j_h m_h j_p - m_p | JM) (\frac{1}{2} \tau_h \frac{1}{2} - \tau_p | TM_T) Y_n(\mathbf{p}, \mathbf{h}), \end{aligned} \quad (1.2)$$

dabei ist  $p = n_p l_p j_p t_p \tau_p$ .

Unter Benutzung der Unitaritätsrelationen der Clebsch-Gordan-Koeffizienten folgt dann aus Gl. (1.1)

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{J'M' \\ T'M_T'}} \sum_{p'h'} \{ ((\varepsilon_p - \varepsilon_h) \delta_{p p'} \delta_{h h'} \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \delta_{TT'} \delta_{M_T M_{T'}} + \langle \overleftarrow{p h'} | V | \overleftarrow{h p'} \rangle) X_n^{J'M', T'M_{T'}}(p' h') \\ + \langle \overleftarrow{p p'} | V | \overleftarrow{h h'} \rangle Y_n^{J'M', T'M_{T'}}(p' h') \} = E_n X_n^{JM, TM_T}(p h), \\ \sum_{\substack{J'M' \\ T'M_T'}} \sum_{p'h'} \{ ((\varepsilon_p - \varepsilon_h) \delta_{p p'} \delta_{h h'} \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \delta_{TT'} \delta_{M_T M_{T'}} + \langle \overleftarrow{h p'} | V | \overleftarrow{p h'} \rangle) Y_n^{J'M', T'M_{T'}}(p' h') \\ + \langle \overleftarrow{h h'} | V | \overleftarrow{p p'} \rangle X_n^{J'M', T'M_{T'}}(p' h') \} = -E_n Y_n^{JM, TM_T}(p h), \end{aligned} \quad (1.3)$$

dabei bedeutet  $\langle \overleftarrow{p h'} | V | \overleftarrow{h p'} \rangle$  das Matricelement der Wechselwirkung, in dem die Zustände  $p h$  bzw.  $p' h'$  in der durch die Pfeilrichtung gekennzeichneten Weise zu einem Drehimpuls und Isospin  $JM, TM_T$  bzw.  $J'M', T'M_{T'}$  zusammengesetzt werden.

Die Matricelemente sind drehinvariant, da  $V$  es ist: Wegen der Analogie von Drehimpuls und Isospin genügt es, die Drehinvarianz im  $J$ -Raum zu zeigen:

$$\begin{aligned} \langle \overleftarrow{p h'} | V | \overleftarrow{h p'} \rangle &= \langle \overleftarrow{\varphi_p, \varphi_{h'}} | V | \overleftarrow{\varphi_h, \varphi_{p'}} \rangle \\ &= \langle D^{(1)}(\omega) \varphi_p, D^{(2)}(\omega) \varphi_{h'} | \overrightarrow{D^{(1)}(\omega) D^{(2)}(\omega) V D^{(2)-1}(\omega) D^{(1)-1}(\omega)} | D^{(1)}(\omega) \varphi_h, D^{(2)}(\omega) \varphi_{p'} \rangle \\ &= \sum_{NN'} D_{NM}^{J*}(\omega) D_{N'M'}^{J'}(\omega) \langle \overleftarrow{p h'} | V | \overleftarrow{h p'} \rangle. \end{aligned} \quad (1.4)$$

$D_{NM}^J(\omega)$  ist das Matricelement des Drehoperators  $D(\omega)$ . Nach normierter Integration über alle Drehungen folgt die Behauptung

$$\langle \overbrace{p h' | V | h p'}^{JM} \rangle = \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \sum_N \frac{1}{(2J+1)} \langle \overbrace{p h' | V | h p'}^{JN} \rangle. \quad (1.5)$$

Die Gleichungen der Random-Phase-Näherung sind dann drehinvariant.

Es empfiehlt sich, Teilchen-Loch-Matricelemente zu definieren<sup>1</sup>

$$\{(p h) J, T | V | (p' h') J, T\} = \langle \overbrace{p h' | V | h p'}^{J, T} \rangle. \quad (1.6)$$

Die so definierten Matricelemente erfüllen die Symmetrierelationen

$$\{(p h) J, T | V | (p' h') J, T\} = \{(h p) J, T | V | (h' p') J, T\}^*, \quad (1.7)$$

$$\{(p h) J, T | V | (p' h') J, T\} = \{(p' h') J, T | V | (p h) J, T\}^*, \quad (1.8)$$

$$\{(p h) J, T | V | (h' p') J, T\} = \{(p' h') J, T | V | (h p) J, T\}, \quad (1.9)$$

von denen jeweils eine der Relationen eine Folge der beiden anderen ist. Nach Einführung der Matrizen  $A$  und  $B$  durch

$$A_{ph, p'h'}^{J, T} = (\varepsilon_p - \varepsilon_{h'}) \delta_{pp'} \delta_{hh'} + \{(p h) J, T | V | (p' h') J, T\}, \quad B_{ph, p'h'}^{J, T} = \{(p h) J, T | V | (h' p') J, T\} \quad (1.10)$$

ist das charakteristische nicht hermitesche Eigenwertproblem

$$\begin{pmatrix} AJ, T & BJ, T \\ -BJ, T^* & -AJ, T^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_n^{J, T} \\ Y_n^{J, T} \end{pmatrix} = E_n^{J, T} \begin{pmatrix} X_n^{J, T} \\ Y_n^{J, T} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

zu lösen. Auf Grund der Symmetrierelationen (1.8) und (1.9) ist  $A$  eine hermitesche und  $B$  eine symmetrische Matrix. Die Eigenvektoren zu nichtverschwindender Energie seien orthonormiert gewählt

$$(X_n^{J, T^*}, -Y_n^{J, T^*}) \begin{pmatrix} X_n^{J, T} \\ Y_n^{J, T} \end{pmatrix} = \delta_{nn'} \text{sign}(E_n^{J, T}). \quad (1.12)$$

Die Teilchen-Loch-Matricelemente sollen jetzt auf eine Form gebracht werden, die für eine numerische Auswertung günstig ist. Nach Definition ist

$$\begin{aligned} \{(p h) J, T | V | (p' h') J, T\} &= \sum_{\substack{m_p m_h \\ \tau_p \tau_h}} \sum_{\substack{m_{p'} m_{h'} \\ \tau_{p'} \tau_{h'}}} (-1)^{j_p + \frac{1}{2} + j_h - m_h + \frac{1}{2} - \tau_h + j_{p'} + \frac{1}{2} + j_{h'} - m_{h'} + \frac{1}{2} - \tau_{h'}} \\ &\cdot (j_p m_p j_h - m_h | J M) (\frac{1}{2} \tau_p \frac{1}{2} - \tau_h | T M_T) (j_{p'} m_{p'} j_{h'} - m_{h'} | J M) (\frac{1}{2} \tau_{p'} \frac{1}{2} - \tau_{h'} | T M_T) \\ &\langle p m_p \tau_p, h' m_{h'} \tau_{h'} | V | h m_h \tau_h, p' m_{p'} \tau_{p'} \rangle. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Durch Ausnutzung der Unitaritätsrelation der Clebsch-Gordan-Koeffizienten folgt

$$\begin{aligned} \{(p h) J, T | V | (p' h') J, T\} &= \sum_{\substack{m_p m_h \\ \tau_p \tau_h}} \sum_{\substack{m_{p'} m_{h'} \\ \tau_{p'} \tau_{h'}}} \sum_{\substack{J' M' \\ T' M_{T'}}} (-1)^{j_p + \frac{1}{2} + j_h - m_h + \frac{1}{2} - \tau_h + j_{p'} + \frac{1}{2} + j_{h'} - m_{h'} + \frac{1}{2} - \tau_{h'}} \\ &\cdot (j_p m_p j_h - m_h | J M) (j_p m_p j_h - m_h | J M) (j_h m_h j_{p'} m_{p'} | J' M') (j_p m_p j_{h'} m_{h'} | J' M') \\ &\cdot (\frac{1}{2} \tau_p \frac{1}{2} - \tau_h | T M_T) (\frac{1}{2} \tau_p \frac{1}{2} - \tau_h | T M_T) (\frac{1}{2} \tau_h \frac{1}{2} \tau_{p'} | T' M_{T'}) (\frac{1}{2} \tau_p \frac{1}{2} \tau_{h'} | T' M_{T'}) \\ &\cdot \langle (p h') J', T' | V | (h p) J', T' \rangle. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Führt man das 6- $j$ -Symbol<sup>7</sup> ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \{(p h) J, T | V | (p' h') J, T\} &= \sum_{J'} (-1)^{j_p + j_h + J'} (2J' + 1) \begin{Bmatrix} j_h & J' & j_{p'} \\ j_{h'} & J & j_p \end{Bmatrix} \\ &\cdot \sum_{T'} (-1)^{1+T'} (2T' + 1) \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & T' & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & T & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \langle (p h') J', T' | V | (h p) J', T' \rangle. \end{aligned} \quad (1.15)$$

<sup>7</sup> A. R. EDMONDS, Drehimpuls in der Quantenmechanik, Bibl. Inst., Mannheim 1964.

Zur weiteren Auswertung ist die Form der Wechselwirkung zu spezifizieren. Es sei zunächst eine beliebige Zentral-Wechselwirkung angenommen

$$V = (W + M P^r + B P^s - H P^r) V_0(r, p) \quad (1.16)$$

(die Formeln für Spin-Bahn- und Tensor-Wechselwirkungen sind im Anhang gegeben).

Im Isospin-Raum findet man für die beiden interessierenden direkten Matrixelemente (ohne Austausch-term) nach kurzer Rechnung

$$\{(p h) T | 1 | (p' h') T\}_d = 1 + (-1)^T = 2 \delta_{T0}, \quad \{(p h) T | P^r | (p' h') T\}_d = 1. \quad (1.17)$$

Im  $J$ -Raum führt man die  $LS$ -Kopplung ein

$$\begin{aligned} \langle (p h') J' | V | (h p') J' \rangle &= \sum_{\lambda \lambda' S S'} \left\{ \begin{matrix} l_p & l_{h'} & \lambda \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_h & l_{p'} & \lambda' \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S' \end{matrix} \right\} \\ &\cdot \hat{\lambda} \hat{S} \hat{j}_{h'} \hat{j}_p \hat{\lambda}' \hat{S}' \hat{j}_{p'} \hat{j}_h \langle (n_p l_p, n_{h'} l_{h'}) \lambda, S \rangle J' M' | V | \langle (n_h l_h, n_{p'} l_{p'}) \lambda', S' \rangle J' M' \rangle, \end{aligned} \quad (1.18)$$

dabei wurde zur Abkürzung  $\hat{j} = (2j+1)^{1/2}$  gesetzt. Im Spin-Raum erhält man

$$\langle S M_S | 1 | S' M_{S'} \rangle_d = \delta_{SS'} \delta_{M_S M_{S'}}, \quad \langle S M_S | P^s | S' M_{S'} \rangle_d = (-1)^{1+S} \delta_{SS'} \delta_{M_S M_{S'}}. \quad (1.19)$$

Im Ortsraum benutzt man zweckmäßigerweise die Separation in Schwerpunkt- und Relativkoordinaten nach TALMI<sup>8</sup> und MOSHINSKY<sup>9</sup>

$$\begin{aligned} |(n_h l_h, n_{p'} l_{p'}) \lambda' \mu' \rangle &= \sum_{n' l' N' L'} |(n' l', N' L') \lambda' \mu' \rangle \langle n' l', N' L', \lambda' | n_h l_h, n_{p'} l_{p'}, \lambda' \rangle \\ |(n' l', N' L') \lambda' \mu' \rangle &= \sum_{m' M'} \langle l' m', L' M' | \lambda' \mu' \rangle R_{n' l'}(r) Y_{l' m'}(\hat{\mathbf{r}}) R_{N' L'}(R) Y_{L' M'}(\hat{\mathbf{R}}). \end{aligned} \quad (1.20)$$

Damit folgt

$$\begin{aligned} &\langle (n_p l_p, n_{h'} l_{h'}) \lambda \mu | V_0(r, p) | (n_h l_h, n_{p'} l_{p'}) \lambda' \mu' \rangle_d \\ &= \sum_{n' l' N' L'} \langle n l, N L, \lambda | n_p l_p, n_{h'} l_{h'}, \lambda \rangle \langle n' l, N L, \lambda | n_h l_h, n_{p'} l_{p'}, \lambda \rangle (n l | V_0 | n' l') \delta_{\lambda \lambda'} \delta_{\mu \mu'} \\ &= (-1)^l \langle n_p l_p, n_{h'} l_{h'} \rangle \lambda \mu | P^r V_0(r, p) | (n_h l_h, n_{p'} l_{p'}) \lambda' \mu' \rangle_d \end{aligned} \quad (1.21)$$

Mit den Gln. (1.17), (1.18), (1.19) und (1.21) ergibt sich für den direkten Teil des Teilchen-Loch-Matrixelementes

$$\begin{aligned} \{(p h) J, T | V | (p' h') J, T\}_d &= \sum_{J'} (-1)^{j_p + j_{h'} + J'} (2J' + 1) \left\{ \begin{matrix} j_h & J' & j_{p'} \\ j_{h'} & J & j_p \end{matrix} \right\} \\ &\cdot \sum_{\lambda S} (2\lambda + 1) (2S + 1) \hat{j}_p \hat{j}_{p'} \hat{j}_h \hat{j}_{h'} \left\{ \begin{matrix} l_p & l_{h'} & \lambda \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_h & l_{p'} & \lambda' \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S' \end{matrix} \right\} \sum_{n' l' N' L'} (n l | V_0(r, p) | n' l') \\ &\cdot \langle n l, N L, \lambda | n_p l_p, n_{h'} l_{h'}, \lambda \rangle \langle n' l, N L, \lambda | n_h l_h, n_{p'} l_{p'}, \lambda \rangle \\ &\cdot [(W + M(-1)^l + B(-1)^{1+S})(1 + (-1)^T) - H]. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Den Austauschteil bekommt man durch Ersetzen von  $V$  durch  $P^r P^s P^r V$ . Dies führt auf die Gl. (1.22), wenn man dort

$$[(W + M(-1)^l + B(-1)^{S+1})(1 + (-1)^T) - H]$$

durch

$$[(W(-1)^l + M)(-1)^{S+1} + B(-1)^l - H(1 + (-1)^T)(-1)^{l+S+1}]$$

ersetzt. Abschließend ergibt sich für das antisymmetrisierte Teilchen-Loch-Matrixelement

$$\begin{aligned} &\{(p h) J, T | V | (p' h') J, T\} \\ &= \sum_{J' \lambda S n' l' N' L'} (-1)^{j_p + j_{h'} + J'} (2J' + 1) (2\lambda + 1) (2S + 1) \hat{j}_p \hat{j}_{p'} \hat{j}_h \hat{j}_{h'} \left\{ \begin{matrix} j_h & J' & j_{p'} \\ j_{h'} & J & j_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_p & l_{h'} & \lambda \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_h & l_{p'} & \lambda' \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S' \end{matrix} \right\} \\ &\cdot \langle n l, N L, \lambda | n_p l_p, n_{h'} l_{h'}, \lambda \rangle \langle n' l, N L, \lambda | n_h l_h, n_{p'} l_{p'}, \lambda \rangle (n l | V_0(r, p) | n' l') \\ &\cdot (W + M(-1)^l + B(-1)^{S+1} - H(-1)^{l+S})(1 + (-1)^T + (-1)^{l+S}). \end{aligned} \quad (1.23)$$

<sup>8</sup> I. TALMI, Helv. Phys. Acta **25**, 185 [1952].

<sup>9</sup> M. MOSHINSKY, Nucl. Phys. **13**, 104 [1959]. — T. A. BRODY, G. JACOB u. M. MOSHINSKY, Nucl. Phys. **17**, 16 [1960].



Man überzeugt sich leicht mit Hilfe der Symmetriebeziehungen der 6- $j$ - und 9- $j$ -Symbole und der MOSHINSKY-Koeffizienten von der Gültigkeit der Symmetrierelationen (1.7), (1.8) und (1.9) der Teilchen-Loch-Matrixelemente.

Die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit für die Emission elektrischer Multipolstrahlung zum Grundzustand läßt sich aus den Amplituden  $X$  und  $Y$  berechnen

$$I_n^{J,T} = \frac{e^2}{8\pi} \left| \sum_{ph} \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & J & j_h \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \langle n_p l_p | r^J | n_h l_h \rangle (X_n^{J,T}(ph) + Y_n^{J,T}(ph)) \right|^2.$$

## 2. Ergebnisse und Diskussion

Zunächst werden die beiden benutzten geschwindigkeitsabhängigen Potentiale charakterisiert. Das rein zentrale Potential von HERNDON et al.<sup>6</sup> (HST-Potential) hat die Gestalt

$$\begin{aligned} V &= (V_T(r, p)^{\frac{1}{2}} (1 + P^\sigma) + V_S(r, p)^{\frac{1}{2}} (1 - P^\sigma))^{\frac{1}{2}} (1 + P^r) \\ V_{T(S)} &= -V_{0T(S)} J_{T(S)}(r) + \frac{\lambda}{m} (p^2 W(r) + W(r) p^2) \\ J_{T(S)} &= \exp(-\alpha_{T(S)} r^2); \quad W = \exp(-\beta r^2); \\ V_{0T} &= 111,5 \text{ MeV}; \quad \alpha_T = 0,65 \text{ fm}^{-2}; \quad \lambda = 0,9; \\ V_{0S} &= 34,8 \text{ MeV}; \quad \alpha_S = 0,35 \text{ fm}^{-2}; \quad \beta = 2,2 \text{ fm}^{-2}. \end{aligned}$$

Das nicht zentrale GREEN-Potential<sup>5</sup> ist ebenfalls von quadratischer Impulsabhängigkeit

$$V = V(r) + \frac{p^2}{m} W(r) + W(r) \frac{p^2}{m}.$$

$V(r)$  enthält Zentral-, Tensor- und Spin-Bahn-Anteile und hat die radiale Abhängigkeit

$$-A \exp\{-(0,6772 a \mu r)^2\} - B \exp(-\mu r) \frac{1 - \exp(-\alpha \mu r)}{\mu r}.$$

$W(r)$  hat die Gestalt

$$C \exp\{-(0,6772 c \mu r)^2\}; \quad \mu = 0,7082 \text{ fm}^{-1}.$$

Die Parameterwerte sind in Tab. 1 zusammengestellt.

Außer der Wechselwirkung gehen in die RPA die Ein-Teilchen-Energien und die Schalenmodellfunktionen ein. Da eine prinzipiell mögliche Hartree-Fock-Rechnung zu ihrer Bestimmung nicht durchgeführt wurde, werden die fehlenden Informationen dem Experiment entnommen. Die aus den Spektren der Nachbarkerne erhaltenen Ein-Teilchen-Energien sind von GILLET und VINH MAU<sup>1</sup> übernommen und in den Tab. 2 und 3 aufgeführt. Für den Ausdehnungsparameter der zugrunde gelegten Oszillatorfunktionen wurden die Werte von GOLDHAMMER<sup>10</sup> benutzt. GOLDHAMMER gibt für  $^{16}\text{O}$   $a = 1,71 \text{ fm}$  ( $\hbar \omega_{\text{osz}} = 14,18 \text{ MeV}$ ) und für  $^{12}\text{C}$   $a = 1,58 \text{ fm}$  ( $\hbar \omega_{\text{osz}} = 16,41 \text{ MeV}$ ) an.

Potential		$A \text{ (fm}^{-2}\text{)}$	$a$	$B \text{ (fm}^{-2}\text{)}$	$\alpha$	$C$	$c$
Singulett	gerade	1,185	1,645	0,266	6	1,14	3
Singulett	ungerade	0		-0,789	0,3	1,3	2
Triplett	Zentral	2,6	2,3	0		0,70	3
gerade	Tensor	0,985	1,15	0		0,70	3
Triplett	Zentral	0		-0,089	6	0	0
ungerade	Tensor	0		-0,35	6	0	0
	Spin-Bahn	2,0	2	0		0	0

Tab. 1. Parameter des Green-Potentials.

<sup>10</sup> P. GOLDHAMMER, Rev. Mod. Phys. **35**, 40 [1963].

	1 s <sub>1/2</sub>	1 p <sub>3/2</sub>	1 p <sub>1/2</sub>	1 d <sub>5/2</sub>	2 s <sub>1/2</sub>	1 d <sub>3/2</sub>
E (MeV):	50	21,8	15,65	-4,15	-3,27	0,93

Tab. 2. Ein-Teilchen-Energien in <sup>16</sup>O.

	1 s <sub>1/2</sub>	1 p <sub>3/2</sub>	1 p <sub>1/2</sub>	2 s <sub>1/2</sub>	1 d <sub>5/2</sub>	1 d <sub>3/2</sub>	1 f <sub>7/2</sub>	2 p <sub>3/2</sub>	2 p <sub>1/2</sub>	1 f <sub>5/2</sub>
E (MeV):	35	18,72	-4,95	-1,86	-1,1	3,39	7,02	8,65	14,65	15,45

Tab. 3. Ein-Teilchen-Energien in <sup>12</sup>C.

Die Matrixelemente des geschwindigkeitsabhängigen Teils der beiden Potentiale lassen sich leicht berechnen, wenn die Schalenmodellfunktionen als Eigenfunktionen des harmonischen Oszillators gewählt werden <sup>11</sup>

$$\langle n l | \frac{\lambda}{m} (p^2 W(r) + W(r) p^2) | n' l \rangle = \lambda \hbar \omega_{\text{osz}} (2n + 2n' + 2l + 3) \langle n l | W | n' l \rangle - \lambda \hbar \omega_{\text{osz}} \langle n l | W r^2 | n' l \rangle.$$

Für den Kern <sup>16</sup>O sind die Ergebnisse in den Tab. 4 bis 19 und für den Kern <sup>12</sup>C in den Tab. 20 bis 22 zusammengestellt. Neben den benutzten Schalenmodellzuständen findet man die ungestörten Energien, die Energien der TDA und RPA und die dazugehörigen Amplituden.

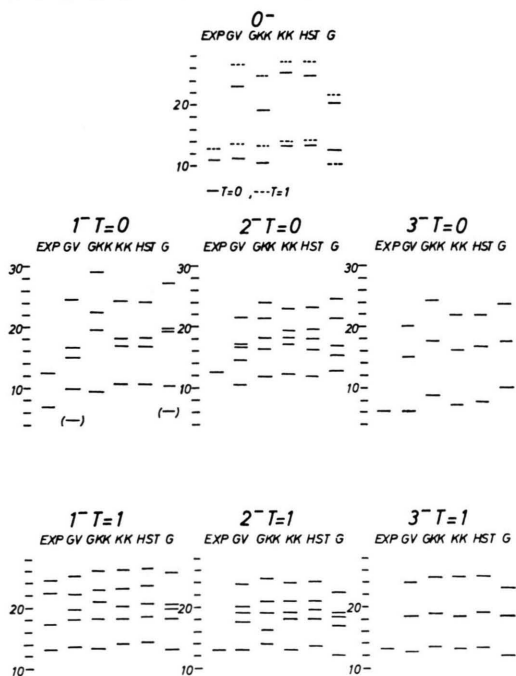


Abb. 1. Energieniveaus von <sup>16</sup>O in der Random-Phase-Näherung (EXP=Experiment); GV=GILLET u. VINH MAU <sup>1</sup>; GKK=GREEN, KALLIO u. KOLTTVEIT <sup>2</sup>; HST=HERNDON, SCHMID u. TANG <sup>6</sup>; G=GREEN <sup>5</sup>).

In Abb. 1 sind die erhaltenen Energieniveaus in der Random-Phase-Näherung für <sup>16</sup>O aufgetragen. Zum Vergleich sind die Ergebnisse der Potentiale von GILLET und VINH MAU <sup>1</sup>, KALLIO und KOLTTVEIT <sup>2</sup> und Brueckner-Gammel-Thaler (nach GREEN, KALLIO

und KOLTTVEIT <sup>3</sup>) angeführt. Für den Kern <sup>16</sup>O findet man das bekannte Resultat bestätigt, daß nur für den tiefliegenden Oktupol-Zustand 3<sup>-</sup>, T=0 eine bedeutende Verbesserung des Ergebnisses mit der Random-Phase-Näherung erreicht werden kann.

Die Monopolzustände ungerader Parität werden mit einer Abweichung von 1,3 – 2,6 MeV von beiden Potentialen schlecht wiedergegeben. Das Green-Potential wirkt im untersten T=1 Zustand nicht abstoßend, sondern stark anziehend. Da in den Monopolzuständen der nicht zentrale Anteil der Wechselwirkung einen bedeutenden Beitrag gibt <sup>3</sup>, spricht dieses Ergebnis gegen den nichtzentralen Anteil des Green-Potentials.

Nur das HST-Potential gibt dem untersten 1<sup>-</sup>, T=0 Zustand (spurious state) den korrekten Energiewert 0. Wie bei den Rechnungen der anderen Autoren läßt sich der erste gemessene Zustand bei 7,1 MeV nicht im Ein-Teilchen-Ein-Loch-Modell deuten. Diese Diskrepanz läßt sich wohl nur durch Hinzunahme von Drei-Teilchen-Drei-Loch-Konfigurationen erklären <sup>3</sup>. Die Dipol-Zustände 1<sup>-</sup>, T=1 werden mit dem HST-Potential mit 14,3, 18,5, 23,7 und 26,4 MeV etwas zu hoch wiedergegeben. Das Green-Potential gibt die besseren Werte 13,2, 18,2, 20,5 und 25,7 MeV.

Die Quadrupol-Zustände werden mit beiden Potentialen gut wiedergegeben. Der unterste 2<sup>-</sup>, T=0 Zustand bei 8,88 MeV kann in diesem Modell wieder nicht erklärt werden <sup>3</sup>.

Der Oktupol-Zustand 3<sup>-</sup>, T=1 bei 13,2 MeV wird mit dem HST-Potential mit 13,5 MeV gut und mit dem Green-Potential mit 12,0 MeV zu klein wieder-

<sup>11</sup> C. W. LEE u. E. BARANGER, Nucl. Phys. **79**, 385 [1966].

gegeben. Für den tiefliegenden  $3^-, T=0$  Zustand bei 6,14 MeV ergibt sich mit dem HST-Potential die Energie 7,62 MeV. Durch Herabdrücken des geschwindigkeitsabhängigen Anteils läßt sich leicht der experimentelle Wert reproduzieren (vgl. Abb. 2). Eine genauere Untersuchung dieses Zustandes ist aber nur unter Berücksichtigung von Drei-Teilchen-Drei-Loch-Anregungen gerechtfertigt<sup>3</sup>. Mit dem Green-Potential liegt die Energie bei 9,9 MeV viel zu hoch.

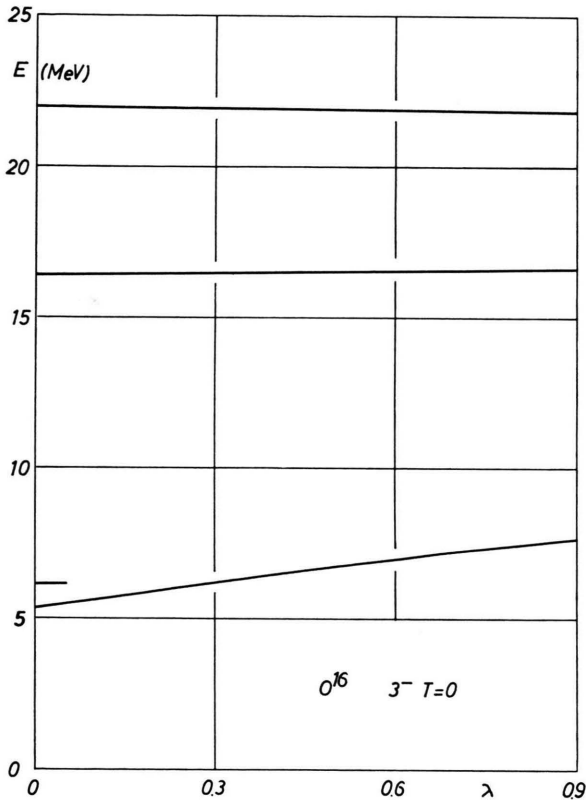


Abb. 2. Abhängigkeit des  $3^-, T=0$  Zustandes in  $^{16}\text{O}$  vom geschwindigkeitsabhängigen Anteil des HST-Potentials.

Die für den Kern  $^{12}\text{C}$  zugrunde gelegte Beschreibung als sphärischer Kern mit  $j$ - $j$ -Kopplung und doppelt abgeschlossenen Schalen ist nicht zu rechtfertigen, da der Kern deformiert ist. Trotzdem ist hier diese Annahme gemacht worden, um zu einem Vergleich mit den Ergebnissen von GILLET und VINH MAU<sup>1</sup> zu kommen. Die Rechnung wurde mit dem HST-Potential für die Zustände  $1^-, T=1$ ;  $3^-, T=0$ ;  $2^+, T=1$  und  $2^+, T=0$  ausgeführt (vgl. Abb. 3). Die  $T=1$  Zustände werden wieder gleich gut in der TDA

und RPA beschrieben. Für den Quadrupol-Zustand bei 4,43 MeV sind die Grundzustandskorrelationen bedeutend.

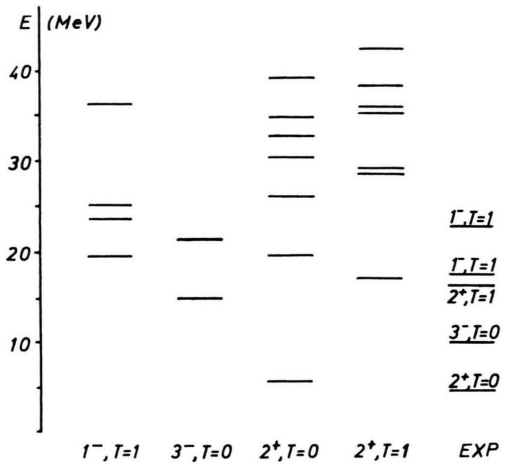


Abb. 3. Energieniveaus von  $^{12}\text{C}$  in der Random-Phase-Näherung mit dem HST-Potential.

Die experimentell bekannten  $1^-, T=1$  Zustände bei 17,2 und 22,5 MeV werden mit 19,5 und 23,6 MeV gegenüber GILLET und VINH MAU<sup>1</sup> mit 17,7 und 21,5 MeV schlecht wiedergegeben. Der Oktupol-Zustand bei 9,63 MeV wird um 5 MeV zu hoch wiedergegeben gegenüber 3 MeV bei GILLET und VINH MAU. Der  $2^+, T=1$  Zustand bei 16,1 MeV wird mit 16,9 MeV als fast reiner  $(1p_{3/2})^{-1}1p_{1/2}$ -Zustand erklärt.

Der kollektive Quadrupol-Zustand  $2^+, T=0$  bei 4,43 MeV wird in der Random-Phase-Näherung mit 5,57 MeV um 4 MeV tiefer wiedergegeben als in der Tamm-Dancoff-Näherung. Dieser Zustand ist empfindlich vom Potential bzw. vom Ausdehnungs-

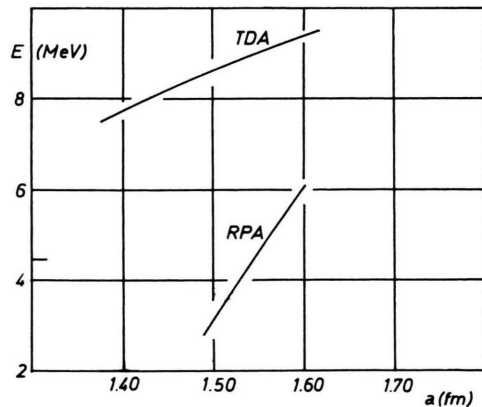


Abb. 4. Abhängigkeit des  $2^+, T=0$  Zustandes in  $^{12}\text{C}$  vom Ausdehnungsparameter der Oszillatorfunktionen.

parameter  $a$  abhängig (vgl. Abb. 4). Der Einfluß der Grundzustandskorrelationen ist hier so bedeutend, daß die berechnete reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit zum Grundzustand beträchtlich über der gemessenen liegt:

$$B(E2)_{\text{exp}}/B(E2)_{\text{theor}} = 65\%.$$

Die Erklärung für diese Diskrepanz dürfte nach GILLET und VINH MAU in der Überbeanspruchung der RPA und dem Einfluß von Zwei-Teilchen-Zwei-Loch-Anregungen zu finden sein.

Zusammenfassend läßt sich für die Zustände ungerader Parität im Kern  $^{16}\text{O}$  feststellen, daß sie mit dem HST-Potential befriedigend erklärt werden können, soweit man dies im verwendeten Modell erwarten darf. Aus Abb. 1 ist die Ähnlichkeit der Resultate des HST-Potentials und des Potentials von KALLIO und KOLLTVEIT ersichtlich. Die geringen Abweichungen finden wohl ihre Erklärung in dem unterschiedlichen Ausdehnungsparameter und in der Tatsache, daß die Wechselwirkung von KALLIO und KOLLTVEIT nur in  $S$ -Zuständen wirkt. Das GREEN-Potential gibt weniger befriedigende Resultate. Sein nichtzentraler Anteil müßte verbessert werden. Eine Untersuchung von geschwindigkeitsabhängigen Po-

tentialen, die genauer an die Streudaten freier Nukleonen angepaßt sind, z. B. des TABAKIN-Potentials<sup>12</sup>, erscheint aber nur sinnvoll unter gleichzeitiger Berücksichtigung von Drei-Teilchen-Drei-Loch-Konfigurationen.

	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{1/2}$ $2\ s_{1/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{3/2}$	$2\ s_{1/2}$ $1\ p_{1/2}$
$E$	22,73	12,37		
27,2	0,997	0,081		
27,0	0,999	0,078	— 0,053	— 0,018
14,2	— 0,081	0,997		
14,1	— 0,077	0,997	— 0,013	— 0,008

Tab. 5.  $0^-$ ,  $T=1$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (HST-Potential).

	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{1/2}$ $2\ s_{1/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{3/2}$	$2\ s_{1/2}$ $1\ p_{1/2}$
$E$	22,73	12,37		
20,9	0,999	0,051		
20,2	1,008	0,036	0,133	0,023
12,8	— 0,051	0,999		
12,5	— 0,031	1,006	0,015	0,110

Tab. 6.  $0^-$ ,  $T=0$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (GREEN-Potential).

	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{1/2}$ $2\ s_{1/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{3/2}$	$2\ s_{1/2}$ $1\ p_{1/2}$
$E$	22,73	12,37		
24,8	0,999	0,052		
24,8	0,999	0,052	— 0,013	— 0,011
13,4	— 0,052	0,999		
13,4	— 0,052	0,999	— 0,011	0,013

Tab. 4.  $0^-$ ,  $T=0$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (HST-Potential).

	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{1/2}$ $2\ s_{1/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{3/2}$	$2\ s_{1/2}$ $1\ p_{1/2}$
$E$	22,73	12,37		
23,2	1,000	0,024		
21,5	1,018	— 0,036	— 0,179	— 0,077
10,9	— 0,024	1,000		
10,2	0,063	1,013	— 0,092	— 0,144

Tab. 7.  $0^-$ ,  $T=1$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (GREEN-Potential).

	$1\ p_{3/2}$ $2\ s_{1/2}$	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{5/2}$	$1\ p_{1/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{1/2}$ $2\ s_{1/2}$	$2\ s_{1/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{5/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{1/2}$	$2\ s_{1/2}$ $1\ p_{1/2}$
$E$	18,52	22,73	17,65	16,59	12,38					
24,1	0,029	0,973	— 0,225	0,017	— 0,047					
24,1	0,027	0,971	— 0,232	0,022	— 0,047	0,008	0,009	0,005	— 0,019	— 0,004
18,3	— 0,228	0,139	0,602	0,743	0,117					
18,3	— 0,230	0,137	0,595	0,748	0,117	0,000	— 0,009	0,013	— 0,009	0,005
16,9	0,860	— 0,033	0,078	0,274	— 0,423					
16,9	0,859	— 0,033	0,074	0,277	— 0,422	0,000	0,005	0,000	— 0,008	0,015
10,6	0,365	— 0,046	— 0,310	0,239	0,844					
10,6	0,383	— 0,036	— 0,260	0,194	0,866	0,002	— 0,017	— 0,044	0,039	— 0,011
3,04	0,273	0,178	0,696	— 0,561	0,305					

Tab. 8.  $1^-$ ,  $T=0$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (HST-Potential).

<sup>12</sup> F. TABAKIN, Ann. Physics **30**, 51 [1964].

	$1p_{3/2}$ $2s_{1/2}$	$1p_{3/2}$ $1d_{3/2}$	$1p_{3/2}$ $1d_{5/2}$	$1p_{1/2}$ $1d_{3/2}$	$1p_{1/2}$ $2s_{1/2}$	$2s_{1/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{3/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{5/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{3/2}$ $1p_{1/2}$	$2s_{1/2}$ $1p_{1/2}$
$E$	18,52	22,73	17,65	16,59	12,38					
26,7	0,192	0,912	0,141	-0,333	-0,006					
26,4	0,178	0,935	0,088	-0,303	-0,014	-0,003	0,016	-0,066	0,007	-0,019
24,1	0,210	-0,290	0,873	-0,305	0,130					
23,7	0,240	-0,228	0,883	-0,323	0,127	-0,022	-0,041	-0,052	0,067	-0,007
20,7	0,940	-0,165	-0,297	-0,037	0,018					
20,7	0,937	-0,159	-0,310	-0,029	0,016	-0,006	0,013	0,002	-0,011	-0,012
18,5	0,182	0,235	0,338	0,891	0,057					
18,5	0,174	0,225	0,330	0,899	0,055	-0,003	-0,018	0,026	-0,009	0,007
14,4	-0,054	0,033	-0,127	-0,013	0,990					
14,3	-0,053	0,032	-0,123	-0,013	0,991	-0,013	-0,007	0,003	0,007	-0,003

Tab. 9.  $1^-$ ,  $T=1$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (HST-Potential).

	$1p_{3/2}$ $2s_{1/2}$	$1p_{3/2}$ $1d_{3/2}$	$1p_{3/2}$ $1d_{5/2}$	$1p_{1/2}$ $1d_{3/2}$	$1p_{1/2}$ $2s_{1/2}$	$2s_{1/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{3/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{5/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{3/2}$ $1p_{1/2}$	$2s_{1/2}$ $1p_{1/2}$
$E$	18,52	22,73	17,65	16,59	12,38					
27,8	0,026	0,869	-0,443	-0,178	-0,128					
27,3	0,018	0,882	-0,435	-0,164	-0,121	0,005	0,058	-0,051	-0,049	-0,034
19,3	0,315	0,360	0,431	0,763	-0,050					
19,2	0,246	0,359	0,455	0,778	-0,015	-0,009	-0,026	0,042	-0,006	-0,012
19,8	0,823	-0,248	-0,277	-0,094	-0,420					
19,8	0,846	-0,202	-0,250	-0,037	-0,424	0,014	0,011	-0,018	-0,009	-0,019
10,5	0,253	-0,080	-0,474	0,254	0,800					
10,4	0,296	-0,059	-0,408	0,187	0,845	-0,026	-0,042	-0,055	0,022	0,015
7,68	0,399	0,220	0,561	-0,559	0,406					
6,19	0,384	0,251	0,665	-0,610	0,310	0,108	0,093	0,246	-0,197	0,053

Tab. 10.  $1^-$ ,  $T=0$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (GREEN-Potential).

	$1p_{3/2}$ $2s_{1/2}$	$1p_{3/2}$ $1d_{3/2}$	$1p_{3/2}$ $1d_{5/2}$	$1p_{1/2}$ $1d_{3/2}$	$1p_{1/2}$ $2s_{1/2}$	$2s_{1/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{3/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{5/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{3/2}$ $1p_{1/2}$	$2s_{1/2}$ $1p_{1/2}$
$E$	18,52	22,73	17,65	16,59	12,38					
25,7	0,065	0,967	-0,221	-0,072	-0,084					
25,7	0,062	0,967	-0,222	-0,074	-0,082	-0,016	-0,004	-0,002	-0,003	0,015
20,6	0,747	0,107	0,626	0,197	-0,002					
20,5	0,758	0,108	0,619	0,177	0,000	-0,013	-0,020	-0,021	-0,018	0,003
19,6	-0,570	0,196	0,737	-0,284	0,118					
19,6	-0,568	0,194	0,742	-0,278	0,115	0,008	0,003	-0,024	0,008	-0,015
18,3	-0,334	0,101	0,091	0,925	-0,122					
18,2	-0,314	0,104	0,101	0,932	-0,125	0,002	-0,007	-0,012	-0,055	0,003
13,2	0,034	0,072	-0,095	0,144	0,982					
13,2	0,031	0,071	-0,092	0,144	0,983	0,008	0,008	-0,008	-0,006	-0,030

Tab. 11.  $1^-$ ,  $T=1$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (GREEN-Potential).

	$1p_{3/2}$ $2s_{1/2}$	$1p_{3/2}$ $1d_{3/2}$	$1p_{3/2}$ $1d_{5/2}$	$1p_{1/2}$ $1d_{3/2}$	$1p_{1/2}$ $1d_{5/2}$	$2s_{1/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{3/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{5/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{3/2}$ $1p_{1/2}$	$1d_{5/2}$ $1p_{1/2}$
$E$	18,52	22,73	17,65	16,58	11,51					
23,3	-0,063	0,977	-0,198	0,047	0,002					
23,3	-0,063	0,977	-0,199	0,048	0,001	0,003	0,006	0,009	-0,008	-0,007
19,7	0,958	0,102	0,224	0,113	-0,094					
19,7	0,959	0,101	0,221	0,113	-0,093	0,006	0,005	-0,006	-0,005	0,013
18,2	-0,270	0,112	0,770	0,551	-0,129					
18,1	-0,267	0,112	0,767	0,558	-0,129	-0,010	0,004	0,003	-0,011	0,012
16,1	0,061	-0,136	-0,495	0,812	0,270					
16,1	0,061	-0,138	-0,500	0,807	0,277	0,005	-0,017	-0,017	0,011	-0,017
12,0	0,041	0,063	0,268	-0,145	0,949					
12,0	0,040	0,065	0,273	-0,150	0,948	0,008	0,005	0,031	-0,013	0,012

Tab. 12.  $2^-$ ,  $T=0$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (HST-Potential).



	$1\ p_{3/2}$ $2\ s_{1/2}$	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{5/2}$	$1\ p_{1/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{1/2}$ $1\ d_{5/2}$	$2\ s_{1/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{5/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{1/2}$	$1\ d_{5/2}$ $1\ p_{1/2}$
<i>E</i>	18,52	22,73	17,65	16,58	11,51					
24,3	− 0,126	0,968	− 0,185	0,031	0,112					
24,2	− 0,117	0,973	− 0,170	0,032	0,103	0,008	− 0,010	0,011	− 0,010	− 0,034
21,2	0,692	0,226	0,628	0,197	− 0,190					
21,0	0,723	0,205	0,609	0,186	− 0,180	− 0,013	0,004	− 0,035	− 0,016	0,031
19,6	0,706	− 0,039	− 0,663	− 0,227	0,097					
19,6	0,677	− 0,042	− 0,692	− 0,227	0,101	0,004	0,002	0,021	0,013	− 0,016
18,2	0,028	− 0,087	− 0,283	0,953	0,051					
18,1	0,024	− 0,082	− 0,278	0,956	0,048	0,001	− 0,011	0,003	− 0,033	− 0,004
13,6	0,078	− 0,059	0,226	0,007	0,969					
13,5	0,074	− 0,056	0,213	0,007	0,974	0,010	− 0,023	0,021	0,003	− 0,032

Tab. 13.  $2^-$ ,  $T=1$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (HST-Potential).

	$1\ p_{3/2}$ $2\ s_{1/2}$	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{5/2}$	$1\ p_{1/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{1/2}$ $1\ d_{5/2}$	$2\ s_{1/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{5/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{1/2}$	$1\ d_{5/2}$ $1\ p_{1/2}$
<i>E</i>	18,52	22,73	17,65	16,58	11,51					
24,7	0,086	0,963	− 0,225	0,078	0,097					
24,6	0,082	0,965	− 0,227	0,071	0,092	− 0,016	− 0,011	0,010	− 0,015	− 0,043
21,4	0,896	− 0,007	0,365	0,243	− 0,072					
21,4	0,893	0,002	0,370	0,245	− 0,076	− 0,008	− 0,013	− 0,014	− 0,016	− 0,003
17,1	− 0,339	0,266	0,844	− 0,101	− 0,303					
16,9	− 0,338	0,266	0,840	− 0,138	− 0,306	− 0,029	0,034	0,034	0,020	0,014
15,5	− 0,264	− 0,050	0,161	0,853	0,418					
15,3	− 0,276	− 0,031	0,195	0,841	0,427	− 0,041	− 0,015	0,025	0,040	− 0,037
12,9	0,075	0,008	0,279	− 0,444	0,848					
12,8	0,091	0,009	0,263	− 0,462	0,845	0,011	− 0,023	0,015	− 0,060	0,006

Tab. 14.  $2^-$ ,  $T=0$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (GREEN-Potential).

	$1\ p_{3/2}$ $2\ s_{1/2}$	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{5/2}$	$1\ p_{1/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{1/2}$ $1\ d_{5/2}$	$2\ s_{1/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{5/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{1/2}$	$1\ d_{5/2}$ $1\ p_{1/2}$
<i>E</i>	18,52	22,73	17,65	16,58	11,51					
22,6	0,026	0,988	− 0,068	0,013	0,136					
22,5	0,042	0,988	− 0,071	− 0,002	0,140	0,021	− 0,043	0,009	− 0,014	0,008
19,1	0,762	0,045	0,625	0,019	− 0,162					
19,0	0,839	0,022	0,524	− 0,038	− 0,149	− 0,017	0,014	− 0,031	0,005	0,037
18,7	− 0,603	0,063	0,716	0,345	− 0,017					
18,5	− 0,499	0,084	0,815	0,290	− 0,015	0,007	− 0,018	− 0,033	− 0,047	0,034
17,1	0,215	− 0,049	− 0,264	0,935	0,092					
17,1	0,196	− 0,036	− 0,210	0,952	0,108	0,027	− 0,015	− 0,016	− 0,016	− 0,025
12,4	0,092	− 0,125	0,151	− 0,081	0,973					
12,2	0,092	− 0,136	0,121	− 0,112	0,978	0,003	0,032	0,028	0,046	− 0,080

Tab. 15.  $2^-$ ,  $T=1$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (GREEN-Potential).

	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{5/2}$	$1\ p_{1/2}$ $1\ d_{5/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{5/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{5/2}$ $1\ p_{1/2}$
<i>E</i>	22,73	17,65	11,51			
21,9	0,930	− 0,344	− 0,132			
21,8	0,922	− 0,366	− 0,139	0,029	0,027	0,025
16,8	0,276	0,887	− 0,369			
16,6	0,288	8,870	− 0,407	0,043	0,028	0,052
8,63	0,244	0,307	0,920			
7,62	0,292	0,356	0,923	0,121	0,126	0,181

	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{3/2}$	$1\ p_{3/2}$ $1\ d_{5/2}$	$1\ p_{1/2}$ $1\ d_{5/2}$	$1\ d_{3/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{5/2}$ $1\ p_{3/2}$	$1\ d_{5/2}$ $1\ p_{1/2}$
<i>E</i>	22,73	17,65	11,51			
25,3	0,992	0,120	0,038			
25,2	0,995	0,111	0,033	− 0,010	− 0,026	− 0,052
19,2	− 0,124	0,981	0,152			
19,1	− 0,113	0,984	0,142	− 0,029	− 0,027	− 0,010
13,6	− 0,019	− 0,156	0,988			
13,5	− 0,016	− 0,143	0,991	− 0,046	− 0,010	− 0,009

Tab. 16.  $3^-$ ,  $T=0$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (HST-Potential).Tab. 17.  $3^-$ ,  $T=1$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (HST-Potential).

	$1p_{3/2}$ $1d_{3/2}$	$1p_{2/2}$ $1d_{5/2}$	$1p_{1/2}$ $1d_{5/2}$	$1d_{3/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{5/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{5/2}$ $1p_{1/2}$
$E$	22,73	17,65	11,51			
23,9	0,916	-0,278	-0,288			
23,6	0,915	-0,289	-0,286	0,064	0,006	-0,031
17,7	0,191	0,936	-0,297			
17,6	0,197	0,929	-0,315	0,036	-0,004	0,022
10,5	0,353	0,217	0,910			
9,89	0,363	0,240	0,918	0,066	0,072	0,152

Tab. 18.  $3^-$ ,  $T=0$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (GREEN-Potential).

	$1p_{3/2}$ $1d_{3/2}$	$1p_{3/2}$ $1d_{5/2}$	$1p_{1/2}$ $1d_{5/2}$	$1d_{3/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{5/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{5/2}$ $1p_{1/2}$
$E$	22,73	17,65	11,51			
23,4	1,000	0,001	0,023			
23,3	1,000	0,002	0,023	-0,024	0,005	-0,006
18,8	-0,003	0,996	0,093			
18,7	-0,004	0,996	0,091	0,005	-0,032	-0,019
12,0	-0,023	-0,093	0,995			
12,0	-0,023	-0,090	0,996	-0,006	-0,016	-0,008

Tab. 19.  $3^-$ ,  $T=1$  Zustände von  $^{16}\text{O}$  (GREEN-Potential).

	$1p_{3/2}$ $1d_{3/2}$	$1p_{3/2}$ $1d_{5/2}$	$1d_{3/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{5/2}$ $1p_{3/2}$
$E$	22,10	17,62		
21,2	0,877	-0,481		
21,1	0,868	-0,498	0,024	0,029
15,2	0,481	0,877		
14,9	0,504	0,870	0,080	0,064

Tab. 20.  $3^-$ ,  $T=0$  Zustände von  $^{12}\text{C}$  (HST-Potential).

	$1p_{3/2}$ $2s_{1/2}$	$1p_{3/2}$ $1d_{3/2}$	$1p_{3/2}$ $1d_{5/2}$	$1s_{1/2}$ $1p_{1/2}$	$2s_{1/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{3/2}$ $1p_{3/2}$	$1d_{5/2}$ $1p_{3/2}$	$1p_{1/2}$ $1s_{1/2}$
$E$	16,86	22,10	17,62	30,05				
36,6	-0,052	-0,285	-0,083	0,953				
36,3	-0,048	-0,277	-0,074	0,959	-0,003	-0,014	0,068	-0,002
25,1	0,073	0,890	-0,381	0,237				
25,0	0,087	0,919	-0,298	0,245	0,007	0,027	-0,017	-0,027
23,9	0,215	0,320	0,904	0,186				
23,6	0,214	0,242	0,938	0,150	-0,024	-0,041	-0,056	-0,045
19,5	0,973	-0,153	-0,175	-0,008				
19,5	0,972	-0,148	-0,183	-0,009	-0,009	+0,009	-0,006	-0,013

Tab. 21.  $1^-$ ,  $T=1$  Zustände von  $^{12}\text{C}$  (HST-Potential).

	$1s_{1/2}$ $1d_{3/2}$	$1s_{1/2}$ $1d_{5/2}$	$1p_{3/2}$ $2p_{1/2}$	$1p_{3/2}$ $2p_{3/2}$	$1p_{3/2}$ $1f_{5/2}$	$1p_{3/2}$ $1f_{7/2}$	$1p_{3/2}$ $1p_{1/2}$
$E$	38,38	33,90	33,37	27,37	34,17	25,74	13,77
$E_{\text{TD}}$	38,6	34,9	32,8	30,2	26,2	19,6	9,29
$E_{\text{RPA}}$	38,6	34,9	32,8	30,1	26,2	19,4	5,57
9,29	0,145	0,214	0,017	0,039	-0,085	-0,305	0,912
5,57	0,219	0,305	0,033	0,065	-0,123	-0,411	0,998
	0,148	0,192	0,028	0,050	-0,078	-0,233	0,451
$E_{\text{TD}}$	42,4	38,0	35,8	35,1	29,1	28,5	17,1
$E_{\text{RPA}}$	42,3	37,8	35,7	35,1	29,1	28,4	16,9
17,1	-0,093	-0,027	-0,056	-0,013	0,069	0,051	0,989
16,9	-0,080	-0,014	-0,054	-0,011	0,065	0,045	0,993
	-0,001	-0,040	-0,005	-0,002	-0,005	0,044	-0,007

Tab. 22.  $2^+$ ,  $T=0$  und  $2^+$ ,  $T=1$  Zustände von  $^{12}\text{C}$  mit den Amplituden der niedrigsten Zustände (HST-Potential).

## Anhang

### Teilchen-Loch-Matrixelemente für das Spin-Bahn-Potential und Tensor-Potential

Für ein nicht zentrales Potential hat man die Technik der Berechnung der Matrixelemente des Tensorproduktes von zwei Tensoroperatoren anzuwenden. Für ein Spin-Bahn-Potential ergibt sich

$$\begin{aligned} & \langle (n_p l_p, n_h l_h) \lambda, S \rangle J' M' | V_0(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{S} | (n_h l_h, n_p l_p) \lambda' S' \rangle J' M' \rangle_d \\ &= (-1)^{\lambda'+S+J'} \begin{Bmatrix} J' & S & \lambda \\ 1 & \lambda' & S \end{Bmatrix} \langle S \| \mathbf{S} \| S' \rangle \langle (n_p l_p, n_h l_h) \lambda \| V_0 \cdot \mathbf{l} \| (n_h l_h, n_p l_p) \lambda' \rangle_d. \end{aligned}$$

Die reduzierten Matricelemente lassen sich bei MOSHINSKY <sup>9, 13</sup> finden. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} & \{ (p h) J, T | V_0(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{S} | (p' h') J, T \} \\ &= \sum_{J\lambda\lambda' n' n l N L} (-1)^{i_p + j_h + l + L} 3 \sqrt{6} (2\lambda + 1) (2\lambda' + 1) (2J' + 1) \hat{j}_p \hat{j}_{p'} \hat{j}_h \hat{j}_{h'} \sqrt{l(l+1)(2l+1)} \\ & \quad \left\{ \begin{matrix} j_h & J' & j_{p'} \\ j_{h'} & J & j_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ \lambda & \lambda' & J' \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l & l & 1 \\ \lambda & \lambda' & L \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_p & l_{h'} & \lambda \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_h & l_{p'} & \lambda' \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{matrix} \right\} \\ & \quad \langle n l, N L, \lambda | n_p l_p, n_{h'} l_{h'}, \lambda \rangle \langle n' l, N L, \lambda' | n_h l_h, n_{p'} l_{p'}, \lambda' \rangle \\ & \quad (n l | V_0(r) | n' l) (1 + (-1)^T - (-1)^l). \end{aligned}$$

Das Tensorpotential läßt sich nach MOSHINSKY <sup>13</sup> als Tensorprodukt der Tensoren  $Y_{2p}$  und  $X_{2p}$  schreiben

$$V_T = V_0(r) \sqrt{\frac{32\pi}{5}} Y_2 \cdot X_2,$$

dabei ist  $Y_{2p}(\hat{\mathbf{r}})$  eine Kugelfunktion und  $X_2$  ein Tensor im Spinraum mit der Komponente

$$X_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} (3 S_z^2 - S^2).$$

Damit folgt

$$\begin{aligned} & \langle ((n_p l_p, n_{h'} l_{h'}) \lambda, S) J' M' | V_T | ((n_h l_h, n_{p'} l_{p'}) \lambda', S') J' M' \rangle_d \\ &= \sqrt{\frac{32\pi}{5}} (-1)^{\lambda' + S + J'} \left\{ \begin{matrix} J' & S & \lambda \\ 2 & \lambda' & S' \end{matrix} \right\} (\lambda || V_0(r) Y_2 || \lambda') (S || X_2 || S'). \end{aligned}$$

Die Matricelemente lassen sich wieder bei MOSHINSKY <sup>9, 13</sup> finden, so daß sich für das Teilchen-Loch-Matrixelement des Tensor-Potentials ergibt

$$\begin{aligned} & \{ (p h) J, T | V_T | (p' h') J, T \} \\ &= \sum_{J'\lambda\lambda' n' l' n l N L} (-1)^{i_p + j_h + L + 1} 3 \sqrt{120} (2\lambda + 1) (2\lambda' + 1) (2J' + 1) \hat{l} \hat{l}' \hat{j}_p \hat{j}_{p'} \hat{j}_h \hat{j}_{h'} \\ & \quad \cdot \left\{ \begin{matrix} j_h & J' & j_{p'} \\ j_{h'} & J & j_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 2 \\ \lambda & \lambda' & J' \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l & l' & 2 \\ \lambda' & \lambda & L \end{matrix} \right\} \left( \begin{matrix} l & 2 & l' \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right) \left\{ \begin{matrix} l_p & l_{h'} & \lambda \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_h & l_{p'} & \lambda' \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{matrix} \right\} \\ & \quad \cdot \langle n l, N L, \lambda | n_p l_p, n_{h'} l_{h'}, \lambda \rangle \langle n' l', N L, \lambda' | n_h l_h, n_{p'} l_{p'}, \lambda' \rangle \\ & \quad \cdot (n l | V_0(r) | n' l') (1 + (-1)^T - (-1)^l). \end{aligned}$$

Die Symmetrierelationen (1.7), (1.8) und (1.9) sind erfüllt.

Herrn Prof. Dr. G. LÜDERS danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für kritische Diskussionen. Für seine großzügige Hilfe bei der Programmierung habe ich Herrn Dr. H. GROTE zu danken. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die Möglichkeit, die numerischen Rechnungen auf der IBM 7040 in der Aerodynamischen Versuchsanstalt in Göttingen durchführen zu können.

<sup>13</sup> M. MOSHINSKY, Nucl. Phys. **8**, 19 [1958].