

Geschwindigkeitsabhängige Zwei-Teilchen-Potentiale im Ein-Teilchen-Ein-Loch-Modell der Kerne ^{16}O und ^{12}C *

ULRICH HARMS

Institut für Theoretische Physik der Universität Göttingen

(Z. Naturforsch. 23 a, 453—464 [1968]; eingegangen am 7. November 1967)

The odd-parity states of ^{16}O are calculated in the 1-particle 1-hole model using the velocity dependent forces of HERNDON et al. and GREEN. In addition some states of ^{12}C are calculated. It is found that the potential of HERNDON et al. gives a satisfactory agreement with experiment, comparable with that of the KALLIO-KOLLTVEIT force.

Die vorliegende Arbeit versucht, einige Zustände des Atomkerns ^{12}C und vor allem die Zustände ungerader Parität des Atomkerns ^{16}O unter Verwendung geschwindigkeitsabhängiger Potentiale zu berechnen. Sie steht im Zusammenhang mit den Arbeiten von GILLET und VINH MAU¹ und KALLIO, KOLLTVEIT und GREEN^{2, 3}. Während GILLET und VINH MAU die Parameter einer ad hoc angenommenen Wechselwirkung endlicher Reichweite so bestimmten, daß eine möglichst gute Wiedergabe des experimentell bekannten Spektrums gewährleistet war, hatten KALLIO, KOLLTVEIT und GREEN versucht, eine aus den Streudaten freier Nukleonen festgelegte Wechselwirkung zur Erklärung des Spektrums zu verwenden. KALLIO und KOLLTVEIT² benutzten zunächst eine zentrale hard-core-Wechselwirkung, um dann zusammen mit GREEN³ das Spin-Bahn-Anteile und Tensor-Anteile enthaltende Brueckner-Gammel-Thaler-Potential zu untersuchen.

Neben den bisher in den Ein-Teilchen-Ein-Loch-Rechnungen verwandten hard-core-PotentiaLEN können mit dem gleichen Ziel auch geschwindigkeitsabhängige Potentiale benutzt werden. Diese Wechselwirkungen sind gleichfalls mit Erfolg zur Erklärung der Streudaten freier Nukleonen verwandt worden^{4—6} und besitzen gegenüber den hard-core-Po-

tentialen den Vorteil, daß ihre Matrixelemente mit Schalenmodellfunktionen existieren. In dieser Arbeit werden die geschwindigkeitsabhängigen Potentiale von HERNDON et al.⁶ und GREEN⁵ untersucht. Das Potential von HERNDON et al. ist ähnlich dem KALLIO-KOLLTVEIT-Potential² ein rein zentrales Potential mit Singulett- und Triplettanteilen und wirkt nur in Streuzuständen gerader Parität. Das GREEN-Potential wirkt in allen Streuzuständen und enthält ähnlich dem Brueckner-Gammel-Thaler-Potential nichtzentrale Anteile.

Im Ein-Teilchen-Ein-Loch-Modell können bekanntlich die Tamm-Danoff-Näherung (TDA) und die Random-Phase-Näherung (RPA) ausgeführt werden (siehe etwa GILLET und VINH MAU¹). Die TDA berücksichtigt keine Grundzustandskorrelationen und läßt sich aus der RPA gewinnen, indem man die *B*-Matrizen streicht (siehe unten). Die Rechnung wurde für beide Näherungen ausgeführt. Im Teil 1 werden die Gleichungen der RPA zunächst drehinvariant formuliert. Anschließend werden die Matrixelemente der Wechselwirkung auf eine Form gebracht, die ihre Berechnung vereinfacht. Die Zustände ungerader Parität von ^{16}O sowie einige Zustände von ^{12}C werden in Teil 2 berechnet und diskutiert.

* D 7.

¹ V. GILLET, Nucl. Phys. **51**, 410 [1964]. — V. GILLET u. N. VINH MAU, Nucl. Phys. **54**, 321 [1964].

² A. KALLIO u. K. KOLLTVEIT, Nucl. Phys. **53**, 87 [1964].

³ A. M. GREEN, A. KALLIO u. K. KOLLTVEIT, Phys. Lett. **14**, 142 [1965]. — A. KALLIO u. A. M. GREEN, Nucl. Phys. **84**, 161 [1966].

⁴ M. RAZAVY, G. FIELD u. J. S. LEVINGER, Phys. Rev. **125**, 169 [1962]. — O. ROJO u. L. M. SIMMONS, Phys. Rev. **125**, 273 [1962].

⁵ A. M. GREEN, Nucl. Phys. **33**, 218 [1962].

⁶ R. C. HERNDON, E. W. SCHMID u. Y. C. TANG, Nucl. Phys. **42**, 113 [1963].



1. Drehinvariante Random-Phase-Näherung

In der Random-Phase-Näherung ist bekanntlich folgendes lineare Gleichungssystem zu lösen

$$\begin{aligned} \sum_{\mathbf{p}'\mathbf{h}'} \{ & ((\varepsilon_p - \varepsilon_h) \delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{h}\mathbf{h}'} + \langle \mathbf{p} \mathbf{h}' | V | \mathbf{h} \mathbf{p}' \rangle) X_n(\mathbf{p}' \mathbf{h}') \\ & + \langle \mathbf{p} \mathbf{p}' | V | \mathbf{h} \mathbf{h}' \rangle Y_n(\mathbf{p}' \mathbf{h}') \} = E_n X_n(\mathbf{p} \mathbf{h}), \\ \sum_{\mathbf{p}'\mathbf{h}'} \{ & ((\varepsilon_p - \varepsilon_h) \delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{h}\mathbf{h}'} + \langle \mathbf{h} \mathbf{p}' | V | \mathbf{p} \mathbf{h}' \rangle) Y_n(\mathbf{p}' \mathbf{h}') \\ & + \langle \mathbf{h} \mathbf{h}' | V | \mathbf{p} \mathbf{p}' \rangle X_n(\mathbf{p}' \mathbf{h}') \} = -E_n Y_n(\mathbf{p} \mathbf{h}). \end{aligned} \quad (1.1)$$

Dabei faßt \mathbf{p} die Quantenzahlen $n_p l_p j_p m_p t_p \tau_p$ im Schalenmodell zusammen; ε_p ist die Ein-Teilchen-Energie, die im folgenden von m_p und τ_p unabhängig angenommen wird; $\langle \mathbf{p} \mathbf{h}' | V | \mathbf{h} \mathbf{p}' \rangle$ ist das antisymmetrierte Matrixelement der Zwei-Teilchen-Wechselwirkung.

Es werden jetzt Teildreh-Loch-Anregungen mit definiertem Drehimpuls und Isospin eingeführt. Für die Amplituden X und Y wird definiert

$$\begin{aligned} X_n^{JM, TM_T}(p \ h) &= \sum_{m_p m_h} \sum_{\tau_p \tau_h} (-1)^{j_p + \frac{1}{2} + j_h - m_h + \frac{1}{2} - \tau_h} (j_p m_p j_h - m_h | JM) (\frac{1}{2} \tau_p \frac{1}{2} - \tau_h | TM_T) X_n(\mathbf{p}, \mathbf{h}), \\ Y_n^{JM, TM_T}(p \ h) &= \sum_{m_p m_h} \sum_{\tau_p \tau_h} (-1)^{j_h + \frac{1}{2} + j_p - m_p + \frac{1}{2} - \tau_p} (j_h m_h j_p - m_p | JM) (\frac{1}{2} \tau_h \frac{1}{2} - \tau_p | TM_T) Y_n(\mathbf{p}, \mathbf{h}), \end{aligned} \quad (1.2)$$

dabei ist $p = n_p l_p j_p t_p$.

Unter Benutzung der Unitaritätsrelationen der Clebsch-Gordan-Koeffizienten folgt dann aus Gl. (1.1)

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{J'M' \\ T'M_T'}} \sum_{\mathbf{p}'\mathbf{h}'} \{ & ((\varepsilon_p - \varepsilon_h) \delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{h}\mathbf{h}'} \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \delta_{TT'} \delta_{M_T M_{T'}} + \langle \mathbf{p} \mathbf{h}' | V | \mathbf{h} \mathbf{p}' \rangle) X_n^{J'M', TM_T}(p' h') \\ & + \langle \mathbf{p} \mathbf{p}' | V | \mathbf{h} \mathbf{h}' \rangle Y_n^{J'M', TM_T}(p' h') \} = E_n X_n^{JM, TM_T}(p \ h), \\ \sum_{\substack{J'M' \\ T'M_T'}} \sum_{\mathbf{p}'\mathbf{h}'} \{ & ((\varepsilon_p - \varepsilon_h) \delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \delta_{\mathbf{h}\mathbf{h}'} \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \delta_{TT'} \delta_{M_T M_{T'}} + \langle \mathbf{h} \mathbf{p}' | V | \mathbf{p} \mathbf{h}' \rangle) Y_n^{J'M', TM_T}(p' h') \\ & + \langle \mathbf{h} \mathbf{h}' | V | \mathbf{p} \mathbf{p}' \rangle X_n^{J'M', TM_T}(p' h') \} = -E_n Y_n^{JM, TM_T}(p \ h), \end{aligned} \quad (1.3)$$

dabei bedeutet $\langle \mathbf{p} \mathbf{h}' | V | \mathbf{h} \mathbf{p}' \rangle$ das Matrixelement der Wechselwirkung, in dem die Zustände $p \ h$ bzw. $p' h'$ in der durch die Pfeilrichtung gekennzeichneten Weise zu einem Drehimpuls und Isospin JM, TM_T bzw. $J'M', T'M_T'$ zusammengesetzt werden.

Die Matrixelemente sind drehinvariant, da V es ist: Wegen der Analogie von Drehimpuls und Isospin genügt es, die Drehinvarianz im J -Raum zu zeigen:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p} \mathbf{h}' | V | \mathbf{h} \mathbf{p}' \rangle &= \langle \varphi_p, \varphi_{h'} | V | \varphi_h, \varphi_{p'} \rangle \\ &= \langle D^{(1)}(\omega) \varphi_p, D^{(2)}(\omega) \varphi_{h'} | D^{(1)}(\omega) D^{(2)}(\omega) V D^{(2)-1}(\omega) D^{(1)-1}(\omega) | D^{(1)}(\omega) \varphi_h, D^{(2)}(\omega) \varphi_{p'} \rangle \\ &= \sum_{NN'} D_{NM}^{J*}(\omega) D_{N'M'}^{J'}(\omega) \langle \mathbf{p} \mathbf{h}' | V | \mathbf{h} \mathbf{p}' \rangle. \end{aligned} \quad (1.4)$$

$D_{NM}^J(\omega)$ ist das Matrixelement des Drehoperators $D(\omega)$. Nach normierter Integration über alle Drehungen folgt die Behauptung

$$\langle p \underset{\substack{JM \\ \leftarrow J'M'}}{h'} | V | h p' \rangle = \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \sum_N \frac{1}{(2J+1)} \langle p \underset{\substack{JN \\ \leftarrow JN}}{h'} | V | h p' \rangle. \quad (1.5)$$

Die Gleichungen der Random-Phase-Näherung sind dann drehinvariant.

Es empfiehlt sich, Teilchen-Loch-Matrixelemente zu definieren¹

$$\{ (p h) J, T | V | (p' h') J, T \} = \langle p \underset{\substack{J, T \\ \leftarrow J, T}}{h'} | V | h p' \rangle. \quad (1.6)$$

Die so definierten Matrixelemente erfüllen die Symmetrierelationen

$$\{ (p h) J, T | V | (p' h') J, T \} = \{ (h p) J, T | V | (h' p') J, T \}^*, \quad (1.7)$$

$$\{ (p h) J, T | V | (p' h') J, T \} = \{ (p' h') J, T | V | (p h) J, T \}^*, \quad (1.8)$$

$$\{ (p h) J, T | V | (h' p') J, T \} = \{ (p' h') J, T | V | (h p) J, T \}, \quad (1.9)$$

von denen jeweils eine der Relationen eine Folge der beiden anderen ist. Nach Einführung der Matrizen A und B durch

$$A_{ph, p'h'}^{J, T} = (\varepsilon_p - \varepsilon_h) \delta_{pp'} \delta_{hh'} + \{ (p h) J, T | V | (p' h') J, T \}, \quad B_{ph, p'h'}^{J, T} = \{ (p h) J, T | V | (h' p') J, T \} \quad (1.10)$$

ist das charakteristische nicht hermitesche Eigenwertproblem

$$\begin{pmatrix} AJ, T & BJ, T \\ -BJ, T^* & -AJ, T^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_n^{J, T} \\ Y_n^{J, T} \end{pmatrix} = E_n^{J, T} \begin{pmatrix} X_n^{J, T} \\ Y_n^{J, T} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

zu lösen. Auf Grund der Symmetrierelationen (1.8) und (1.9) ist A eine hermitesche und B eine symmetrische Matrix. Die Eigenvektoren zu nichtverschwindender Energie seien orthonormiert gewählt

$$(X_n^{J, T^*}, -Y_n^{J, T^*}) \begin{pmatrix} X_n^{J, T} \\ Y_n^{J, T} \end{pmatrix} = \delta_{nn'} \text{sign}(E_n^{J, T}). \quad (1.12)$$

Die Teilchen-Loch-Matrixelemente sollen jetzt auf eine Form gebracht werden, die für eine numerische Auswertung günstig ist. Nach Definition ist

$$\begin{aligned} \{ (p h) J, T | V | (p' h') J, T \} &= \sum_{\substack{m_p m_h \\ \tau_p \tau_h}} \sum_{\substack{m_{p'} m_{h'} \\ \tau_{p'} \tau_{h'}}} (-1)^{j_p + \frac{1}{2} + j_h - m_h + \frac{1}{2} - \tau_h + j_{p'} + \frac{1}{2} + j_{h'} - m_{h'} + \frac{1}{2} - \tau_{h'}} \\ &\cdot \langle j_p m_p j_h - m_h | JM \rangle (\frac{1}{2} \tau_p \frac{1}{2} - \tau_h | TM_T) (j_{p'} m_{p'} j_{h'} - m_{h'} | JM) (\frac{1}{2} \tau_{p'} \frac{1}{2} - \tau_{h'} | TM_T) \\ &\cdot \langle p m_p \tau_p, h' m_{h'} \tau_{h'} | V | h m_h \tau_h, p' m_{p'} \tau_{p'} \rangle. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Durch Ausnutzung der Unitaritätsrelation der Clebsch-Gordan-Koeffizienten folgt

$$\begin{aligned} \{ (p h) J, T | V | (p' h') J, T \} &= \sum_{\substack{m_p m_h \\ \tau_p \tau_h}} \sum_{\substack{m_{p'} m_{h'} \\ \tau_{p'} \tau_{h'}}} \sum_{\substack{J' M' \\ T' M'_T}} (-1)^{j_p + \frac{1}{2} + j_h - m_h + \frac{1}{2} - \tau_h + j_{p'} + \frac{1}{2} + j_{h'} - m_{h'} + \frac{1}{2} - \tau_{h'}} \\ &\cdot (j_{p'} m_{p'} j_{h'} - m_{h'} | JM) (j_p m_p j_h - m_h | JM) (j_h m_h j_{p'} m_{p'} | J' M') (j_p m_p j_{h'} m_{h'} | J' M') \\ &\cdot (\frac{1}{2} \tau_{p'} \frac{1}{2} - \tau_{h'} | TM_T) (\frac{1}{2} \tau_p \frac{1}{2} - \tau_h | TM_T) (\frac{1}{2} \tau_h \frac{1}{2} \tau_{p'} | T' M'_T) (\frac{1}{2} \tau_p \frac{1}{2} \tau_{h'} | T' M'_T) \\ &\cdot \langle (p h') J', T' | V | (h p') J', T' \rangle. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Führt man das 6- j -Symbol⁷ ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \{ (p h) J, T | V | (p' h') J, T \} &= \sum_{J'} (-1)^{j_p + j_h + J'} (2J' + 1) \begin{Bmatrix} j_h & J' & j_{p'} \\ j_{h'} & J & j_p \end{Bmatrix} \\ &\cdot \sum_{T'} (-1)^{1+T'} (2T' + 1) \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & T' & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & T & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \langle (p h') J', T' | V | (h p') J', T' \rangle. \end{aligned} \quad (1.15)$$

⁷ A. R. EDMONDS, Drehimpuls in der Quantenmechanik, Bibl. Inst., Mannheim 1964.

Zur weiteren Auswertung ist die Form der Wechselwirkung zu spezifizieren. Es sei zunächst eine beliebige Zentral-Wechselwirkung angenommen

$$V = (W + M P^r + B P^\sigma - H P^t) V_0(r, p) \quad (1.16)$$

(die Formeln für Spin-Bahn- und Tensor-Wechselwirkungen sind im Anhang gegeben).

Im Isospin-Raum findet man für die beiden interessierenden direkten Matrixelemente (ohne Austauschterm) nach kurzer Rechnung

$$\{(p h) T | 1 | (p' h') T\}_d = 1 + (-1)^T = 2 \delta_{T0}, \{(p h) T | P^t | (p' h') T\}_d = 1. \quad (1.17)$$

Im J -Raum führt man die $L S$ -Kopplung ein

$$\begin{aligned} \langle (p h) J' | V | (h p') J' \rangle &= \sum_{\lambda \lambda' S S'} \left\{ \begin{array}{ccc} l_p & l_{p'} & \lambda \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S \\ j_p & j_{p'} & J' \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} l_h & l_{p'} & \lambda' \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S' \\ j_h & j_{p'} & J' \end{array} \right\} \\ &\cdot \hat{\lambda} \hat{S} \hat{j}_{h'} \hat{j}_p \hat{\lambda}' \hat{S} \hat{j}_{p'} \hat{j}_h \langle (n_p l_p, n_{h'} l_{h'}) \lambda, S | J' M' | V | (n_h l_h, n_{p'} l_{p'}) \lambda', S' \rangle J' M' \rangle, \end{aligned} \quad (1.18)$$

dabei wurde zur Abkürzung $\hat{j} = (2j+1)^{1/2}$ gesetzt. Im Spin-Raum erhält man

$$\langle S M_S | 1 | S' M'_S \rangle_d = \delta_{SS'} \delta_{M_S M'_S}, \quad \langle S M_S | P^\sigma | S' M'_S \rangle_d = (-1)^{1+S} \delta_{SS'} \delta_{M_S M'_S}. \quad (1.19)$$

Im Ortsraum benutzt man zweckmäßigerweise die Separation in Schwerpunkt- und Relativkoordinaten nach TALMI⁸ und MOSHINSKY⁹

$$\begin{aligned} \langle (n_h l_h, n_{p'} l_{p'}) \lambda' \mu' \rangle &= \sum_{n' l' N' L'} \langle (n' l', N' L') \lambda' \mu' \rangle \langle n' l', N' L', \lambda' | n_h l_h, n_{p'} l_{p'}, \lambda' \rangle \\ \langle (n' l', N' L') \lambda' \mu' \rangle &= \sum_{m' M'} \langle (l' m', L' M' | \lambda' \mu' \rangle R_{n' l'}(r) Y_{l' m'}(\hat{\mathbf{r}}) R_{N' L'}(R) Y_{L' M'}(\hat{\mathbf{R}}). \end{aligned} \quad (1.20)$$

Damit folgt

$$\begin{aligned} &\langle (n_p l_p, n_{h'} l_{h'}) \lambda \mu | V_0(r, p) | (n_h l_h, n_{p'} l_{p'}) \lambda' \mu' \rangle_d \\ &= \sum_{n' n l N L} \langle (n l, N L, \lambda | n_p l_p, n_{h'} l_{h'}, \lambda) \langle n' l, N L, \lambda | n_h l_h, n_{p'} l_{p'}, \lambda \rangle (n l | V_0 | n' l') \delta_{\lambda \lambda'} \delta_{\mu \mu'} \\ &= (-1)^l \langle (n_p l_p, n_{h'} l_{h'}) \lambda \mu | P^r V_0(r, p) | (n_h l_h, n_{p'} l_{p'}) \lambda' \mu' \rangle_d \end{aligned} \quad (1.21)$$

Mit den Gln. (1.17), (1.18), (1.19) und (1.21) ergibt sich für den direkten Teil des Teilchen-Loch-Matrixelementes

$$\begin{aligned} \{(p h) J, T | V | (p' h') J, T\}_d &= \sum_J (-1)^{j_p + j_h + J'} (2J'+1) \left\{ \begin{array}{ccc} j_h & J' & j_{p'} \\ j_h' & J & j_p \end{array} \right\} \\ &\cdot \sum_{i S} (2\lambda+1) (2S+1) \hat{j}_p \hat{j}_{p'} \hat{j}_h \hat{j}_{h'} \left\{ \begin{array}{ccc} l_p & l_{h'} & \lambda \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S \\ j_p & j_{h'} & J' \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} l_h & l_{p'} & \lambda \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S \\ j_h & j_{p'} & J' \end{array} \right\} \sum_{n' n l N L} (n l | V_0(r, p) | n' l') \\ &\cdot \langle (n l, N L, \lambda | n_p l_p, n_{h'} l_{h'}, \lambda) \langle n' l, N L, \lambda | n_h l_h, n_{p'} l_{p'}, \lambda \rangle \\ &\cdot [(W + M(-1)^l + B(-1)^{1+S})(1 + (-1)^T) - H]. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Den Austauschteil bekommt man durch Ersetzen von V durch $P^r P^\sigma P^t V$. Dies führt auf die Gl. (1.22), wenn man dort

$$[(W + M(-1)^l + B(-1)^{S+1})(1 + (-1)^T) - H]$$

durch

$$[(W(-1)^l + M(-1)^{S+1} + B(-1)^l) - H(1 + (-1)^T)(-1)^{l+S+1}]$$

ersetzt. Abschließend ergibt sich für das antisymmetrierte Teilchen-Loch-Matrixelement

$$\begin{aligned} &\{(p h) J, T | V | (p' h') J, T\} \\ &= \sum_{J' \lambda S n' n l N L} (-1)^{j_p + j_h + J'} (2J'+1) (2\lambda+1) (2S+1) \hat{j}_p \hat{j}_{p'} \hat{j}_h \hat{j}_{h'} \left\{ \begin{array}{ccc} j_h & J' & j_{p'} \\ j_h' & J & j_p \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} l_p & l_{h'} & \lambda \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S \\ j_p & j_{h'} & J' \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} l_h & l_{p'} & \lambda \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & S \\ j_h & j_{p'} & J' \end{array} \right\} \\ &\cdot \langle (n l, N L, \lambda | n_p l_p, n_{h'} l_{h'}, \lambda) \langle n' l, N L, \lambda | n_h l_h, n_{p'} l_{p'}, \lambda \rangle (n l | V_0(r, p) | n' l') \\ &\cdot (W + M(-1)^l + B(-1)^{S+1} - H(-1)^{l+S})(1 + (-1)^T + (-1)^{l+S}). \end{aligned} \quad (1.23)$$

⁸ I. TALMI, Helv. Phys. Acta **25**, 185 [1952].

⁹ M. MOSHINSKY, Nucl. Phys. **13**, 104 [1959]. — T. A. BRODY, G. JACOB u. M. MOSHINSKY, Nucl. Phys. **17**, 16 [1960].

Man überzeugt sich leicht mit Hilfe der Symmetriebeziehungen der 6- j - und 9- j -Symbole und der MoSHINSKY-Koeffizienten von der Gültigkeit der Symmetrierelationen (1.7), (1.8) und (1.9) der Teilchen-Loch-Matrixelemente.

Die reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit für die Emission elektrischer Multipolstrahlung zum Grundzustand lässt sich aus den Amplituden X und Y berechnen

$$I_n^{J,T} = \frac{e^2}{8\pi} \left| \sum_{ph} \hat{j}_p \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & J & j_h \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \langle n_p l_p | r^J | n_h l_h \rangle (X_n^{J,T}(p h) + Y_n^{J,T}(p h)) \right|^2.$$

2. Ergebnisse und Diskussion

Zunächst werden die beiden benutzten geschwindigkeitsabhängigen Potentiale charakterisiert. Das rein zentrale Potential von HERNDON et al.⁶ (HST-Potential) hat die Gestalt

$$\begin{aligned} V &= (V_T(r, p) \frac{1}{2}(1 + P^a) + V_S(r, p) \frac{1}{2}(1 - P^a)) \frac{1}{2}(1 + P^r) \\ V_{T(S)} &= -V_{0T(S)} J_{T(S)}(r) + \frac{\lambda}{m}(p^2 W(r) + W(r) p^2) \\ J_{T(S)} &= \exp(-\alpha_{T(S)} r^2); \quad W = \exp(-\beta r^2); \\ V_{0T} &= 111,5 \text{ MeV}; \quad \alpha_T = 0,65 \text{ fm}^{-2}; \quad \lambda = 0,9; \\ V_{0S} &= 34,8 \text{ MeV}; \quad \alpha_S = 0,35 \text{ fm}^{-2}; \quad \beta = 2,2 \text{ fm}^{-2}. \end{aligned}$$

Das nicht zentrale GREEN-Potential⁵ ist ebenfalls von quadratischer Impulsabhängigkeit

$$V = V(r) + \frac{p^2}{m} W(r) + W(r) \frac{p^2}{m}.$$

$V(r)$ enthält Zentral-, Tensor- und Spin-Bahn-Anteile und hat die radiale Abhängigkeit

$$-A \exp\{-(0,6772 a \mu r)^2\} - B \exp(-\mu r) \frac{1 - \exp(-\alpha \mu r)}{\mu r}.$$

$W(r)$ hat die Gestalt

$$C \exp\{-(0,6772 c \mu r)^2\}; \quad \mu = 0,7082 \text{ fm}^{-1}.$$

Die Parameterwerte sind in Tab. 1 zusammengestellt.

Außer der Wechselwirkung gehen in die RPA die Ein-Teilchen-Energien und die Schalenmodellfunktionen ein. Da eine prinzipiell mögliche Hartree-Fock-Rechnung zu ihrer Bestimmung nicht durchgeführt wurde, werden die fehlenden Informationen dem Experiment entnommen. Die aus den Spektren der Nachbarkerne erhaltenen Ein-Teilchen-Energien sind von GILLET und VINH MAU¹ übernommen und in den Tab. 2 und 3 aufgeführt. Für den Ausdehnungsparameter der zugrunde gelegten Oszillatorktionen wurden die Werte von GOLDHAMMER¹⁰ benutzt. GOLDHAMMER gibt für ^{16}O $a = 1,71 \text{ fm}$ ($\hbar \omega_{\text{osz}} = 14,18 \text{ MeV}$) und für ^{12}C $a = 1,58 \text{ fm}$ ($\hbar \omega_{\text{osz}} = 16,41 \text{ MeV}$) an.

Potential		A (fm $^{-2}$)	a	B (fm $^{-2}$)	α	C	c
Singulett	gerade	1,185	1,645	0,266	6	1,14	3
Singulett	ungerade	0		-0,789	0,3	1,3	2
Triplet	Zentral	2,6	2,3	0		0,70	3
gerade	Tensor	0,985	1,15	0		0,70	3
Triplet	Zentral	0		-0,089	6	0	0
ungerade	Tensor	0		-0,35	6	0	0
	Spin-Bahn	2,0	2	0		0	0

Tab. 1. Parameter des Green-Potentials.

¹⁰ P. GOLDHAMMER, Rev. Mod. Phys. **35**, 40 [1963].

	1s _{1/2}	1p _{3/2}	1p _{1/2}	1d _{5/2}	2s _{1/2}	1d _{3/2}
E(MeV):	50	21,8	15,65	-4,15	-3,27	0,93

Tab. 2. Ein-Teilchen-Energien in ¹⁶O.

	1s _{1/2}	1p _{3/2}	1p _{1/2}	2s _{1/2}	1d _{5/2}	1d _{3/2}	1f _{7/2}	2p _{3/2}	2p _{1/2}	1f _{5/2}
E (MeV):	35	18,72	-4,95	-1,86	-1,1	3,39	7,02	8,65	14,65	15,45

Tab. 3. Ein-Teilchen-Energien in ¹²C.

Die Matrixelemente des geschwindigkeitsabhängigen Teils der beiden Potentiale lassen sich leicht berechnen, wenn die Schalenmodellfunktionen als Eigenfunktionen des harmonischen Oszillators gewählt werden¹¹

$$\langle n l | \frac{\lambda}{m} (p^2 W(r) + W(r) p^2) | n' l \rangle = \lambda \hbar \omega_{\text{osz}} (2n + 2n' + 2l + 3) \langle n l | W | n' l \rangle - \lambda \hbar \omega_{\text{osz}} \langle n l | W r^2 | n' l \rangle.$$

Für den Kern ¹⁶O sind die Ergebnisse in den Tab. 4 bis 19 und für den Kern ¹²C in den Tab. 20 bis 22 zusammengestellt. Neben den benutzten Schalenmodellzuständen findet man die ungestörten Energien, die Energien der TDA und RPA und die dazugehörigen Amplituden.

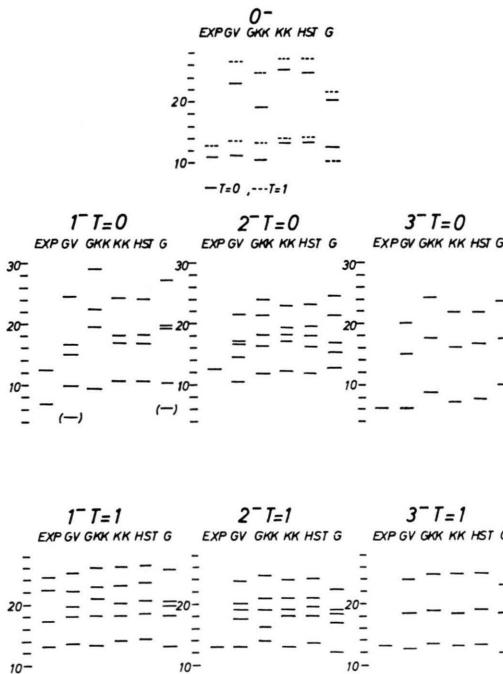


Abb. 1. Energieniveaus von ¹⁶O in der Random-Phase-Näherung (EXP=Experiment); GV=GILLET u. VINH MAU¹; GKK=GREEN, KALLIO u. KOLLTVEIT³; KK=KALLIO u. KOLLTVEIT²; HST=HERNDON, SCHMID u. TANG⁶; G=GREEN⁵.

¹¹ C. W. LEE u. E. BARANGER, Nucl. Phys. **79**, 385 [1966].

In Abb. 1 sind die erhaltenen Energieniveaus in der Random-Phase-Näherung für ¹⁶O aufgetragen. Zum Vergleich sind die Ergebnisse der Potentiale von GILLET und VINH MAU¹, KALLIO und KOLLTVEIT² und Brueckner-Gammel-Thaler (nach GREEN, KALLIO

und KOLLTVEIT³) angeführt. Für den Kern ¹⁶O findet man das bekannte Resultat bestätigt, daß nur für den tiefliegenden Oktupol-Zustand $3^-, T=0$ eine bedeutende Verbesserung des Ergebnisses mit der Random-Phase-Näherung erreicht werden kann.

Die Monopolzustände ungerader Parität werden mit einer Abweichung von 1,3 – 2,6 MeV von beiden Potentialen schlecht wiedergegeben. Das Green-Potential wirkt im untersten $T=1$ Zustand nicht abstoßend, sondern stark anziehend. Da in den Monopolzuständen der nicht zentrale Anteil der Wechselwirkung einen bedeutenden Beitrag gibt³, spricht dieses Ergebnis gegen den nichtzentralen Anteil des Green-Potentials.

Nur das HST-Potential gibt dem untersten $1^-, T=0$ Zustand (spurious state) den korrekten Energiewert 0. Wie bei den Rechnungen der anderen Autoren läßt sich der erste gemessene Zustand bei 7,1 MeV nicht im Ein-Teilchen-Ein-Loch-Modell deuten. Diese Diskrepanz läßt sich wohl nur durch Hinzunahme von Drei-Teilchen-Drei-Loch-Konfigurationen erklären³. Die Dipol-Zustände $1^-, T=1$ werden mit dem HST-Potential mit 14,3, 18,5, 23,7 und 26,4 MeV etwas zu hoch wiedergegeben. Das Green-Potential gibt die besseren Werte 13,2, 18,2, 20,5 und 25,7 MeV.

Die Quadrupol-Zustände werden mit beiden Potentialen gut wiedergegeben. Der unterste $2^-, T=0$ Zustand bei 8,88 MeV kann in diesem Modell wieder nicht erklärt werden³.

Der Oktupol-Zustand $3^-, T=1$ bei 13,2 MeV wird mit dem HST-Potential mit 13,5 MeV gut und mit dem Green-Potential mit 12,0 MeV zu klein wieder-

gegeben. Für den tiefliegenden $3^-, T=0$ Zustand bei 6,14 MeV ergibt sich mit dem HST-Potential die Energie 7,62 MeV. Durch Herabdrücken des Geschwindigkeitsabhängigen Anteils lässt sich leicht der experimentelle Wert reproduzieren (vgl. Abb. 2). Eine genauere Untersuchung dieses Zustandes ist aber nur unter Berücksichtigung von Drei-Teilchen-Drei-Loch-Anregungen gerechtfertigt³. Mit dem Green-Potential liegt die Energie bei 9,9 MeV viel zu hoch.

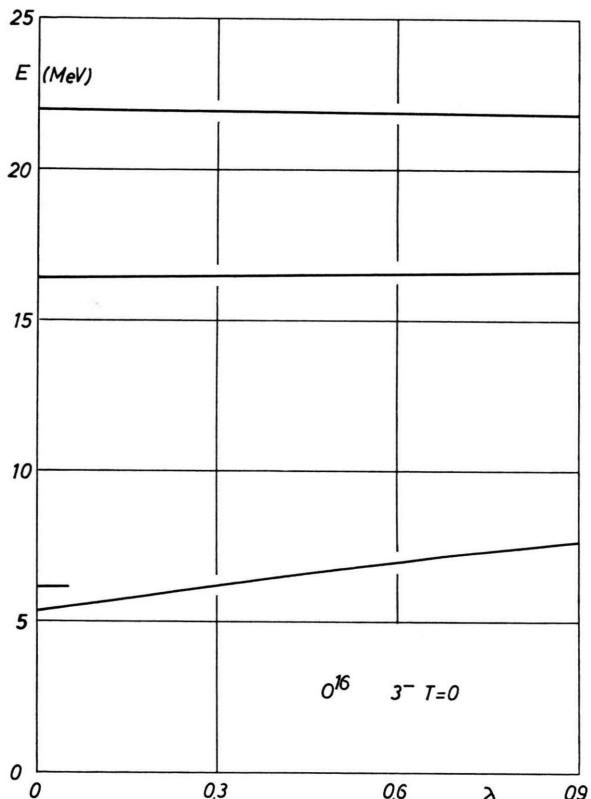


Abb. 2. Abhängigkeit des $3^-, T=0$ Zustandes in ^{16}O vom Geschwindigkeitsabhängigen Anteil des HST-Potentials.

Die für den Kern ^{12}C zugrunde gelegte Beschreibung als sphärischer Kern mit $j-j$ -Kopplung und doppelt abgeschlossenen Schalen ist nicht zu rechtfertigen, da der Kern deformiert ist. Trotzdem ist hier diese Annahme gemacht worden, um zu einem Vergleich mit den Ergebnissen von GILLET und VINH MAU¹ zu kommen. Die Rechnung wurde mit dem HST-Potential für die Zustände $1^-, T=1$; $3^-, T=0$; $2^+, T=1$ und $2^+, T=0$ ausgeführt (vgl. Abb. 3). Die $T=1$ Zustände werden wieder gleich gut in der TDA

und RPA beschrieben. Für den Quadrupol-Zustand bei 4,43 MeV sind die Grundzustandskorrelationen bedeutend.

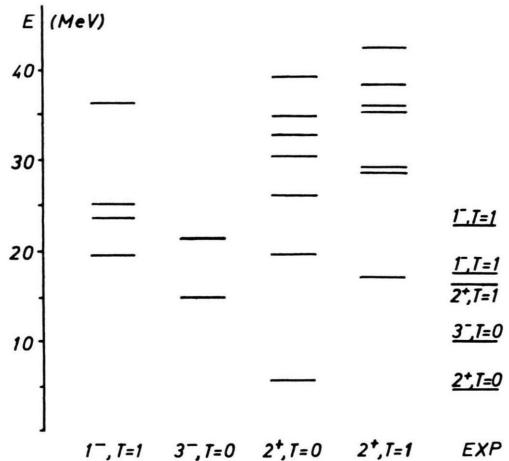


Abb. 3. Energieniveaus von ^{12}C in der Random-Phase-Näherung mit dem HST-Potential.

Die experimentell bekannten $1^-, T=1$ Zustände bei 17,2 und 22,5 MeV werden mit 19,5 und 23,6 MeV gegenüber GILLET und VINH MAU¹ mit 17,7 und 21,5 MeV schlecht wiedergegeben. Der Oktupol-Zustand bei 9,63 MeV wird um 5 MeV zu hoch wiedergegeben gegenüber 3 MeV bei GILLET und VINH MAU. Der $2^+, T=1$ Zustand bei 16,1 MeV wird mit 16,9 MeV als fast reiner $(1p_{3/2})^{-1} 1p_{1/2}$ -Zustand erklärt.

Der kollektive Quadrupol-Zustand $2^+, T=0$ bei 4,43 MeV wird in der Random-Phase-Näherung mit 5,57 MeV um 4 MeV tiefer wiedergegeben als in der Tamm-Dancoff-Näherung. Dieser Zustand ist empfindlich vom Potential bzw. vom Ausdehnungs-

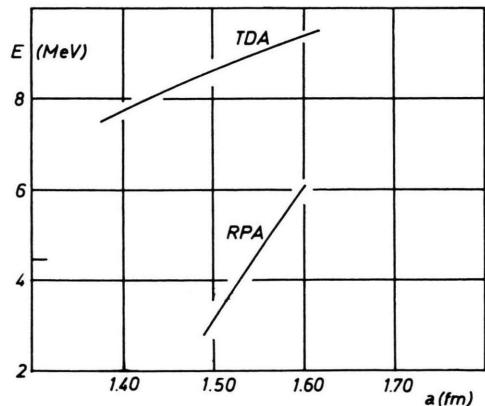


Abb. 4. Abhängigkeit des $2^+, T=0$ Zustandes in ^{12}C vom Ausdehnungsparameter der Oszillatorfunktionen.

parameter a abhängig (vgl. Abb. 4). Der Einfluß der Grundzustandskorrelationen ist hier so bedeutend, daß die berechnete reduzierte Übergangswahrscheinlichkeit zum Grundzustand beträchtlich über der gemessenen liegt:

$$B(E2)_{\text{exp}}/B(E2)_{\text{theor}} = 65\%.$$

Die Erklärung für diese Diskrepanz dürfte nach GILLET und VINH MAU in der Überbeanspruchung der RPA und dem Einfluß von Zwei-Teilchen-Zwei-Loch-Anregungen zu finden sein.

Zusammenfassend läßt sich für die Zustände ungerader Parität im Kern ^{16}O feststellen, daß sie mit dem HST-Potential befriedigend erklärt werden können, soweit man dies im verwendeten Modell erwarten darf. Aus Abb. 1 ist die Ähnlichkeit der Resultate des HST-Potentials und des Potentials von KALLIO und KOLLTVEIT ersichtlich. Die geringen Abweichungen finden wohl ihre Erklärung in dem unterschiedlichen Ausdehnungsparametern und in der Tatsache, daß die Wechselwirkung von KALLIO und KOLLTVEIT nur in S -Zuständen wirkt. Das GREEN-Potential gibt weniger befriedigende Resultate. Sein nichtzentraler Anteil müßte verbessert werden. Eine Untersuchung von geschwindigkeitsabhängigen Po-

tentialen, die genauer an die Streudaten freier Nukleonen angepaßt sind, z. B. des TABAKIN-Potentials¹², erscheint aber nur sinnvoll unter gleichzeitiger Berücksichtigung von Drei-Teilchen-Drei-Loch-Konfigurationen.

	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{1/2} 2 s _{1/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	2 s _{1/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	22,73	12,37		
27,2	0,997	0,081		
27,0	0,999	0,078	- 0,053	- 0,018
14,2	- 0,081	0,997		
14,1	- 0,077	0,997	- 0,013	- 0,008

Tab. 5. 0^- , $T=1$ Zustände von ^{16}O (HST-Potential).

	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{1/2} 2 s _{1/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	2 s _{1/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	22,73	12,37		
20,9	0,999	0,051		
20,2	1,008	0,036	0,133	0,023
12,8	- 0,051	0,999		
12,5	- 0,031	1,006	0,015	0,110

Tab. 6. 0^- , $T=0$ Zustände von ^{16}O (GREEN-Potential).

	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{1/2} 2 s _{1/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	2 s _{1/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	22,73	12,37		
24,8	0,999	0,052		
24,8	0,999	0,052	- 0,013	- 0,011
13,4	- 0,052	0,999		
13,4	- 0,052	0,999	- 0,011	0,013

Tab. 4. 0^- , $T=0$ Zustände von ^{16}O (HST-Potential).

	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{1/2} 2 s _{1/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	2 s _{1/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	22,73	12,37		
23,2	1,000	0,024		
21,5	1,018	- 0,036	- 0,179	- 0,077
10,9	- 0,024	1,000		
10,2	0,063	1,013	- 0,092	- 0,144

Tab. 7. 0^- , $T=1$ Zustände von ^{16}O (GREEN-Potential).

	1 p _{3/2} 2 s _{1/2}	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 p _{1/2} 1 d _{3/2}	1 p _{1/2} 2 s _{1/2}	2 s _{1/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{1/2}	2 s _{1/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	18,52	22,73	17,65	16,59	12,38					
24,1	0,029	0,973	- 0,225	0,017	- 0,047					
24,1	0,027	0,971	- 0,232	0,022	- 0,047	0,008	0,009	0,005	- 0,019	- 0,004
18,3	- 0,228	0,139	0,602	0,743	0,117					
18,3	- 0,230	0,137	0,595	0,748	0,117	0,000	- 0,009	0,013	- 0,009	0,005
16,9	0,860	- 0,033	0,078	0,274	- 0,423					
16,9	0,859	- 0,033	0,074	0,277	- 0,422	0,000	0,005	0,000	- 0,008	0,015
10,6	0,365	- 0,046	- 0,310	0,239	0,844					
10,6	0,383	- 0,036	- 0,260	0,194	0,866	0,002	- 0,017	- 0,044	0,039	- 0,011
3,04	0,273	0,178	0,696	- 0,561	0,305					

Tab. 8. 1^- , $T=0$ Zustände von ^{16}O (HST-Potential).

¹² F. TABAKIN, Ann. Physics **30**, 51 [1964].

	1 p _{3/2} 2 s _{1/2}	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 p _{1/2} 1 d _{3/2}	1 p _{1/2} 2 s _{1/2}	2 s _{1/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{1/2}	2 s _{1/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	18,52	22,73	17,65	16,59	12,38					
26,7	0,192	0,912	0,141	-0,333	-0,006					
26,4	0,178	0,935	0,088	-0,303	-0,014	-0,003	0,016	-0,066	0,007	-0,019
24,1	0,210	-0,290	0,873	-0,305	0,130					
23,7	0,240	-0,228	0,883	-0,323	0,127	-0,022	-0,041	-0,052	0,067	-0,007
20,7	0,940	-0,165	-0,297	-0,037	0,018					
20,7	0,937	-0,159	-0,310	-0,029	0,016	-0,006	0,013	0,002	-0,011	-0,012
18,5	0,182	0,235	0,338	0,891	0,057					
18,5	0,174	0,225	0,330	0,899	0,055	-0,003	-0,018	0,026	-0,009	0,007
14,4	-0,054	0,033	-0,127	-0,013	0,990					
14,3	-0,053	0,032	-0,123	-0,013	0,991	-0,013	-0,007	0,003	0,007	-0,003

Tab. 9. 1^- , $T=1$ Zustände von ^{16}O (HST-Potential).

	1 p _{3/2} 2 s _{1/2}	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 p _{1/2} 1 d _{3/2}	1 p _{1/2} 2 s _{1/2}	2 s _{1/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{1/2}	2 s _{1/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	18,52	22,73	17,65	16,59	12,38					
27,8	0,026	0,869	-0,443	-0,178	-0,128					
27,3	0,018	0,882	-0,435	-0,164	-0,121	0,005	0,058	-0,051	-0,049	-0,034
19,3	0,315	0,360	0,431	0,763	-0,050					
19,2	0,246	0,359	0,455	0,778	-0,015	-0,009	-0,026	0,042	-0,006	-0,012
19,8	0,823	-0,248	-0,277	-0,094	-0,420					
19,8	0,846	-0,202	-0,250	-0,037	-0,424	0,014	0,011	-0,018	-0,009	-0,019
10,5	0,253	-0,080	-0,474	0,254	0,800					
10,4	0,296	-0,059	-0,408	0,187	0,845	-0,026	-0,042	-0,055	0,022	0,015
7,68	0,399	0,220	0,561	-0,559	0,406					
6,19	0,384	0,251	0,665	-0,610	0,310	0,108	0,093	0,246	-0,197	0,053

Tab. 10. 1^- , $T=0$ Zustände von ^{16}O (GREEN-Potential).

	1 p _{3/2} 2 s _{1/2}	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 p _{1/2} 1 d _{3/2}	1 p _{1/2} 2 s _{1/2}	2 s _{1/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{1/2}	2 s _{1/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	18,52	22,73	17,65	16,59	12,38					
25,7	0,065	0,967	-0,221	-0,072	-0,084					
25,7	0,062	0,967	-0,222	-0,074	-0,082	-0,016	-0,004	-0,002	-0,003	0,015
20,6	0,747	0,107	0,626	0,197	-0,002					
20,5	0,758	0,108	0,619	0,177	0,000	-0,013	-0,020	-0,021	-0,018	0,003
19,6	-0,570	0,196	0,737	-0,284	0,118					
19,6	-0,568	0,194	0,742	-0,278	0,115	0,008	0,003	-0,024	0,008	-0,015
18,3	-0,334	0,101	0,091	0,925	-0,122					
18,2	-0,314	0,104	0,101	0,932	-0,125	0,002	-0,007	-0,012	-0,055	0,003
13,2	0,034	0,072	-0,095	0,144	0,982					
13,2	0,031	0,071	-0,092	0,144	0,983	0,008	0,008	-0,008	-0,006	-0,030

Tab. 11. 1^- , $T=1$ Zustände von ^{16}O (GREEN-Potential).

	1 p _{3/2} 2 s _{1/2}	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 p _{1/2} 1 d _{3/2}	1 p _{1/2} 2 d _{5/2}	2 s _{1/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{1/2}	2 s _{1/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	18,52	22,73	17,65	16,58	11,51					
23,3	-0,063	0,977	-0,198	0,047	0,002					
23,3	-0,063	0,977	-0,199	0,048	0,001	0,003	0,006	0,009	-0,008	-0,007
19,7	0,958	0,102	0,224	0,113	-0,094					
19,7	0,959	0,101	0,221	0,113	-0,093	0,006	0,005	-0,006	-0,005	0,013
18,2	-0,270	0,112	0,770	0,551	-0,129					
18,1	-0,267	0,112	0,767	0,558	-0,129	-0,010	0,004	0,003	-0,011	0,012
16,1	0,061	-0,136	-0,495	0,812	0,270					
16,1	0,061	-0,138	-0,500	0,807	0,277	0,005	-0,017	-0,017	0,011	-0,017
12,0	0,041	0,063	0,268	-0,145	0,949					
12,0	0,040	0,065	0,273	-0,150	0,948	0,008	0,005	0,031	-0,013	0,012

Tab. 12. 2^- , $T=0$ Zustände von ^{16}O (HST-Potential).

	1 p _{3/2} 2 s _{1/2}	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 p _{1/2} 1 d _{3/2}	1 p _{1/2} 1 d _{5/2}	2 s _{1/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{1/2}	1 d _{5/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	18,52	22,73	17,65	16,58	11,51					
24,3	— 0,126	0,968	— 0,185	0,031	0,112					
24,2	— 0,117	0,973	— 0,170	0,032	0,103	0,008	— 0,010	0,011	— 0,010	— 0,034
21,2	0,692	0,226	0,628	0,197	— 0,190					
21,0	0,723	0,205	0,609	0,186	— 0,180	— 0,013	0,004	— 0,035	— 0,016	0,031
19,6	0,706	— 0,039	— 0,663	— 0,227	0,097					
19,6	0,677	— 0,042	— 0,692	— 0,227	0,101	0,004	0,002	0,021	0,013	— 0,016
18,2	0,028	— 0,087	— 0,283	0,953	0,051					
18,1	0,024	— 0,082	— 0,278	0,956	0,048	0,001	— 0,011	0,003	— 0,033	— 0,004
13,6	0,078	— 0,059	0,226	0,007	0,969					
13,5	0,074	— 0,056	0,213	0,007	0,974	0,010	— 0,023	0,021	0,003	— 0,032

Tab. 13. 2⁻, *T*=1 Zustände von ¹⁶O (HST-Potential).

	1 p _{3/2} 2 s _{1/2}	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 p _{1/2} 1 d _{3/2}	1 p _{1/2} 1 d _{5/2}	2 s _{1/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{1/2}	1 d _{5/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	18,52	22,73	17,65	16,58	11,51					
24,7	0,086	0,963	— 0,225	0,078	0,097					
24,6	0,082	0,965	— 0,227	0,071	0,092	— 0,016	— 0,011	0,010	— 0,015	— 0,043
21,4	0,896	— 0,007	0,365	0,243	— 0,072					
21,4	0,893	0,002	0,370	0,245	— 0,076	— 0,008	— 0,013	— 0,014	— 0,016	— 0,003
17,1	— 0,339	0,266	0,844	— 0,101	— 0,303					
16,9	— 0,338	0,266	0,840	— 0,138	— 0,306	— 0,029	0,034	0,034	0,020	0,014
15,5	— 0,264	— 0,050	0,161	0,853	0,418					
15,3	— 0,276	— 0,031	0,195	0,841	0,427	— 0,041	— 0,015	0,025	0,040	— 0,037
12,9	0,075	0,008	0,279	— 0,444	0,848					
12,8	0,091	0,009	0,263	— 0,462	0,845	0,011	— 0,023	0,015	— 0,060	0,006

Tab. 14. 2⁻, *T*=0 Zustände von ¹⁶O (GREEN-Potential).

	1 p _{3/2} 2 s _{1/2}	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 p _{1/2} 1 d _{3/2}	1 p _{1/2} 1 d _{5/2}	2 s _{1/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{1/2}	1 d _{5/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	18,52	22,73	17,65	16,58	11,51					
22,6	0,026	0,988	— 0,068	0,013	0,136					
22,5	0,042	0,988	— 0,071	— 0,002	0,140	0,021	— 0,043	0,009	— 0,014	0,008
19,1	0,762	0,045	0,625	0,019	— 0,162					
19,0	0,839	0,022	0,524	— 0,038	— 0,149	— 0,017	0,014	— 0,031	0,005	0,037
18,7	— 0,603	0,063	0,716	0,345	— 0,017					
18,5	— 0,499	0,084	0,815	0,290	— 0,015	0,007	— 0,018	— 0,033	— 0,047	0,034
17,1	0,215	— 0,049	— 0,264	0,935	0,092					
17,1	0,196	— 0,036	— 0,210	0,952	0,108	0,027	— 0,015	— 0,016	— 0,016	— 0,025
12,4	0,092	— 0,125	0,151	— 0,081	0,973					
12,2	0,092	— 0,136	0,121	— 0,112	0,978	0,003	0,032	0,028	0,046	— 0,080

Tab. 15. 2⁻, *T*=1 Zustände von ¹⁶O (GREEN-Potential).

	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 p _{1/2} 1 d _{5/2}	1 d _{3/2} 1 p _{2/2}	1 d _{5/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{1/2}		1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 p _{1/2} 1 d _{5/2}
<i>E</i>	22,73	17,65	11,51				<i>E</i>	22,73	17,65	11,51
21,9	0,930	— 0,344	— 0,132				25,3	0,992	0,120	0,038
21,8	0,922	— 0,366	— 0,139	0,029	0,027	0,025	25,2	0,995	0,111	0,033
16,8	0,276	0,887	— 0,369				19,2	— 0,124	0,981	0,152
16,6	0,288	8,870	— 0,407	0,043	0,028	0,052	19,1	— 0,113	0,984	0,142
8,63	0,244	0,307	0,920				13,6	— 0,019	— 0,156	0,988
7,62	0,292	0,356	0,923	0,121	0,126	0,181	13,5	— 0,016	— 0,143	0,991

Tab. 16. 3⁻, *T*=0 Zustände von ¹⁶O (HST-Potential).Tab. 17. 3⁻, *T*=1 Zustände von ¹⁶O (HST-Potential).

	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 p _{1/2} 1 d _{5/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	22,73	17,65	11,51			
23,9	0,916	-0,278	-0,288			
23,6	0,915	-0,289	-0,286	0,064	0,006	-0,031
17,7	0,191	0,936	-0,297			
17,6	0,197	0,929	-0,315	0,036	-0,004	0,022
10,5	0,353	0,217	0,910			
9,89	0,363	0,240	0,918	0,066	0,072	0,152

Tab. 18. 3^- , $T=0$ Zustände von ^{16}O (GREEN-Potential).

	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{3/2}
<i>E</i>	22,10	17,62		
21,2	0,877	-0,481		
21,1	0,868	-0,498	0,024	0,029
15,2	0,481	0,877		
14,9	0,504	0,870	0,080	0,064

Tab. 20. 3^- , $T=0$ Zustände von ^{12}C (HST-Potential).

	1 p _{3/2} 2 s _{1/2}	1 p _{3/2} 1 d _{3/2}	1 p _{3/2} 1 d _{5/2}	1 s _{1/2} 1 p _{1/2}	2 s _{1/2} 1 p _{3/2}	1 d _{3/2} 1 p _{3/2}	1 d _{5/2} 1 p _{3/2}	1 p _{1/2} 1 s _{1/2}
<i>E</i>	16,86	22,10	17,62	30,05				
36,6	-0,052	-0,285	-0,083	0,953				
36,3	-0,048	-0,277	-0,074	0,959	-0,003	-0,014	0,068	-0,002
25,1	0,073	0,890	-0,381	0,237				
25,0	0,087	0,919	-0,298	0,245	0,007	0,027	-0,017	-0,027
23,9	0,215	0,320	0,904	0,186				
23,6	0,214	0,242	0,938	0,150	-0,024	-0,041	-0,056	-0,045
19,5	0,973	-0,153	-0,175	-0,008				
19,5	0,972	-0,148	-0,183	-0,009	-0,009	+0,009	-0,006	-0,013

Tab. 21. 1^- , $T=1$ Zustände von ^{12}C (HST-Potential).

	1 s _{1/2} 1 d _{3/2}	1 s _{1/2} 1 d _{5/2}	1 p _{3/2} 2 p _{1/2}	1 p _{3/2} 2 p _{3/2}	1 p _{3/2} 1 f _{5/2}	1 p _{3/2} 1 f _{7/2}	1 p _{3/2} 1 p _{1/2}
<i>E</i>	38,38	33,90	33,37	27,37	34,17	25,74	13,77
<i>E</i> _{TD}	38,6	34,9	32,8	30,2	26,2	19,6	9,29
<i>E</i> _{RPA}	38,6	34,9	32,8	30,1	26,2	19,4	5,57
9,29	0,145	0,214	0,017	0,039	-0,085	-0,305	0,912
5,57	0,219	0,305	0,033	0,065	-0,123	-0,411	0,998
	0,148	0,192	0,028	0,050	-0,078	-0,233	0,451
<i>E</i> _{TD}	42,4	38,0	35,8	35,1	29,1	28,5	17,1
<i>E</i> _{RPA}	42,3	37,8	35,7	35,1	29,1	28,4	16,9
17,1	-0,093	-0,027	-0,056	-0,013	0,069	0,051	0,989
16,9	-0,080	-0,014	-0,054	-0,011	0,065	0,045	0,993
	-0,001	-0,040	-0,005	-0,002	-0,005	0,044	-0,007

Tab. 22. 2^+ , $T=0$ und 2^+ , $T=1$ Zustände von ^{12}C mit den Amplituden der niedrigsten Zustände (HST-Potential).

Anhang

Teilchen-Loch-Matrixelemente für das Spin-Bahn-Potential und Tensor-Potential

Für ein nicht zentrales Potential hat man die Technik der Berechnung der Matrixelemente des Tensorproduktes von zwei Tensoroperatoren anzuwenden. Für ein Spin-Bahn-Potential ergibt sich

$$\langle ((n_p l_p, n_{h'} l_{h'}) \lambda, S) J' M' | V_0(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{S} | ((n_h l_h, n_{p'} l_{p'}) \lambda' S') J' M' \rangle_d$$

$$= (-1)^{\lambda' + S + J'} \begin{vmatrix} J' & S & \lambda \\ 1 & \lambda' & S \end{vmatrix} \langle S \parallel \mathbf{S} \parallel S' \rangle \langle (n_p l_p, n_{h'} l_{h'}) \lambda \parallel V_0 \cdot \mathbf{l} \parallel (n_h l_h, n_{p'} l_{p'}) \lambda' \rangle_d.$$

Die reduzierten Matrixelemente lassen sich bei MOSHINSKY^{9, 13} finden. Es ergibt sich

$$\begin{aligned} & \{ (p \ h) J, T | V_0(r) \mathbf{l} \cdot \mathbf{S} | (p' \ h') J' T' \} \\ &= \sum_{J \lambda \lambda' n' n N L} (-1)^{j_p + j_h + l + L} 3 \sqrt{6} (2 \lambda + 1) (2 \lambda' + 1) (2 J' + 1) \hat{j}_p \hat{j}_{p'} \hat{j}_h \hat{j}_{h'} \sqrt{l(l+1)(2l+1)} \\ & \quad \left(\begin{array}{c} j_h \ J' \ j_{p'} \\ j_{h'} \ J \ j_p \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 1 \ 1 \ 1 \\ \lambda \ \lambda' \ J' \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} l \ l \ 1 \\ \lambda \ \lambda' \ L \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{c} l_p \ l_{h'} \ \lambda \\ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 1 \\ j_p \ j_{h'} \ J' \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} l_h \ l_{p'} \ \lambda' \\ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 1 \\ j_h \ j_{p'} \ J' \end{array} \right\} \\ & \quad \langle n \ l, N \ L, \lambda | n_p \ l_p, n_{h'} \ l_{h'}, \lambda \rangle \langle n' \ l, N \ L, \lambda' | n_h \ l_h, n_{p'} \ l_{p'}, \lambda' \rangle \\ & \quad \langle n \ l | V_0(r) | n' \ l' \rangle (1 + (-1)^T - (-1)^l). \end{aligned}$$

Das Tensorpotential läßt sich nach MOSHINSKY¹³ als Tensorprodukt der Tensoren Y_{2p} und X_{2p} schreiben

$$V_T = V_0(r) \sqrt{\frac{32\pi}{5}} Y_2 \cdot X_2,$$

dabei ist $Y_{2p}(\hat{\mathbf{r}})$ eine Kugelfunktion und X_2 ein Tensor im Spinraum mit der Komponente

$$X_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} (3 S_z^2 - S^2).$$

Damit folgt

$$\begin{aligned} & \langle ((n_p \ l_p, n_{h'} \ l_{h'}) \ \lambda, S) J' M' | V_T | ((n_h \ l_h, n_{p'} \ l_{p'}) \ \lambda', S') J' M' \rangle_d \\ &= \sqrt{\frac{32\pi}{5}} (-1)^{\lambda' + S + J'} \left\{ \begin{array}{c} J' \ S \ \lambda \\ 2 \ \lambda' \ S' \end{array} \right\} (\lambda \parallel V_0(r) Y_2 \parallel \lambda') (S \parallel X_2 \parallel S'). \end{aligned}$$

Die Matrixelemente lassen sich wieder bei MOSHINSKY^{9, 13} finden, so daß sich für das Teilchen-Loch-Matrixelement des Tensor-Potentials ergibt

$$\begin{aligned} & \{ (p \ h) J, T | V_T | (p' \ h') J, T' \} \\ &= \sum_{J \lambda \lambda' n' n L' n' L N L} (-1)^{j_p + j_h + L + 1} 3 \sqrt{120} (2 \lambda + 1) (2 \lambda' + 1) (2 J' + 1) \hat{l} \hat{l}' \hat{j}_p \hat{j}_{p'} \hat{j}_h \hat{j}_{h'} \\ & \quad \cdot \left(\begin{array}{c} j_h \ J' \ j_{p'} \\ j_{h'} \ J \ j_p \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 1 \ 1 \ 2 \\ \lambda \ \lambda' \ J' \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} l \ l' \ 2 \\ \lambda' \ \lambda \ L \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} l \ 2 \ l' \\ 0 \ 0 \ 0 \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{c} l_p \ l_{h'} \ \lambda \\ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 1 \\ j_p \ j_{h'} \ J' \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} l_h \ l_{p'} \ \lambda' \\ \frac{1}{2} \ \frac{1}{2} \ 1 \\ j_h \ j_{p'} \ J' \end{array} \right\} \\ & \quad \cdot \langle n \ l, N \ L, \lambda | n_p \ l_p, n_{h'} \ l_{h'}, \lambda \rangle \langle n' \ l', N \ L, \lambda' | n_h \ l_h, n_{p'} \ l_{p'}, \lambda' \rangle \\ & \quad \cdot \langle n \ l | V_0(r) | n' \ l' \rangle (1 + (-1)^T - (-1)^l). \end{aligned}$$

Die Symmetrierelationen (1.7), (1.8) und (1.9) sind erfüllt.

Herrn Prof. Dr. G. LÜDERS danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für kritische Diskussionen. Für seine großzügige Hilfe bei der Programmierung habe ich Herrn Dr. H. GROTE zu danken. Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die Möglichkeit, die numerischen Rechnungen auf der IBM 7040 in der Aerodynamischen Versuchsanstalt in Göttingen durchführen zu können.

¹³ M. MOSHINSKY, Nucl. Phys. **8**, 19 [1958].